Instituto Politécnico de Setúbal

Raquel de Jesus Garcia Capucho

Resolução de tarefas de divisão: Um estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade

Relatório do Projeto de Investigação

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Abril de 2014

Versão Final

Escola Superior de Educação de Setúbal

Raquel de Jesus Garcia Capucho
Nº 110140010

Resolução de tarefas de divisão: Um estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade

Relatório do Projeto de Investigação

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Unidade Curricular: Estágio III

Orientadora: Prof.ª Doutora Maria de Fátima Pista Calado Mendes

Abril de 2014

Agradecimentos

Para a concretização deste trabalho foi essencial o apoio de diversas pessoas, às quais quero agradecer:

À minha família, tias, pais, irmãos, sobrinhos e sogros, pelo apoio incondicional que me deram ao longo deste momento importante da minha vida.

Ao meu amigo e companheiro, que esteve sempre presente e que me possibilitou concretizar o sonho de ser Educadora/ Professora.

À Susete, por quem tenho uma grande amizade e que sempre acreditou nas minhas capacidades.

Aos alunos e professores que participaram nesta fase da minha vida.

À minha orientadora, Prof.ª Doutora Maria de Fátima Mendes, pelo modo como me orientou e ajudou neste projeto.

E a todas as pessoas que me acompanharam nesta aventura.

Resumo

O presente estudo tem como objetivo compreender o modo como os alunos do 4.º ano resolvem tarefas matemáticas, associadas à operação divisão. Neste âmbito, foram definidas as seguintes questões: (i) Quais são as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão? e (ii) Que dificuldades manifestam os alunos na resolução de tarefas de divisão?.

O quadro teórico integra três temáticas fundamentais para este estudo: aprender matemática com compreensão; o papel do professor na aprendizagem da Matemática e a aprendizagem da divisão.

O estudo segue uma metodologia qualitativa e interpretativa, e tem como participantes quatro alunos de uma turma de 4.º ano.

Foi organizada uma intervenção na turma de 4.º ano que consistiu num conjunto de quatro sequências de tarefas propostas aos alunos num contexto de sala de aula. De modo a caracterizar as suas estratégias de resolução e as suas dificuldades foram selecionados quatro alunos.

A análise das estratégias usadas pelos quatro alunos selecionados e as dificuldades que manifestaram quando resolvem tarefas, associadas à operação da divisão evidenciam que: (i) a resolução das tarefas propostas dependem do conhecimento que cada aluno tem das quatro operações; (ii) utilizam uma variedade de estratégias; (iii) há alunos que usam mais do que uma estratégia na mesma tarefa. Os resultados mostram, ainda que as dificuldades manifestadas pelos alunos resultam de não estarem consciencializados para a relação inversa entre a divisão e a multiplicação e o uso de subtrações sucessivas para resolverem tarefas associadas à divisão.

Palavras-chave: aprendizagem da divisão; estratégias usadas pelos alunos; tarefas matemáticas; alunos do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Abstract

The present study aims at understanding how students from the fourth grade solve mathematical tasks associated with the division operation. In this context, I defined the following questions: (i) What are the strategies used by students in solving division problems? and (ii) What difficulties affect students in solving division problems?

The theoretical framework integrates three key themes for this study: to learn mathematics with understanding, the teacher's role in learning mathematics and learning division.

The study follows a qualitative and interpretive methodology, and has four students from a class of fourth grade as participants.

An intervention was organized in a class of fourth grade, and it consisted in a set of four sequences of tasks proposed to students in the context of the classroom. In order to characterize their resolution strategies and their difficulties, four students were selected.

The analysis of the strategies used by the four selected students and the difficulties they manifested when they solve tasks related to the division operation show that: (i) the resolution of the proposed tasks depends on the knowledge that every student has of the four operations, (ii) the students use a variety of strategies; (iii) there are students who use more than one strategy in the same task. The results show also that the difficulties manifested by students exist because they are unaware of the inverse relationship between multiplication and division and using successive subtraction to solve tasks associated with the division.

Keywords: Division learning; strategies used by pupils; mathematics tasks; pupils of Basic Primary School.

Índice

Índice de tabelas

Índice de Figuras

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo de introdução apresento as minhas motivações para a realização desta investigação e justifico a sua pertinência. Explicito, também, os objetivos da investigação que efetuei e identifico as questões que a nortearam. Termino com a descrição da estrutura deste relatório.

O presente trabalho é realizado no âmbito da unidade curricular Estágio III do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e consiste na elaboração do Relatório do Projeto de Investigação. Desenvolvi este projeto numa turma do 4.º ano de escolaridade, pertencente a um agrupamento situado na Quinta do Conde, no ano letivo de 2012/2013.

1.1. Motivações e pertinência

O conhecimento e a compreensão da Matemática são essenciais para nos tornarmos capazes de resolver determinadas situações que apelam aos saberes matemáticos no nosso dia-a-dia. Tal como é mencionado nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar "a necessidade de compreender e de ser capaz de usar a matemática na vida quotidiana, e no local de trabalho, nunca foi tão premente" (NCTM, 2008, p. 4). Por isso, é importante que no processo de aprendizagem da Matemática os alunos tenham a oportunidade de compreender as várias temáticas desta área curricular.

De acordo com Bransford, Brown e Cocking citados em Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008, p. 21) "os alunos que memorizam factos ou procedimentos sem os compreenderem têm, muitas vezes, dúvidas sobre quando e como usar aquilo que aprenderam e essa aprendizagem revela-se frequentemente, bastante frágil".

Enquanto futura professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico (1CEB) devo desenvolver competências, a vários níveis, relacionadas com a minha profissão, para ensinar Matemática. Estas implicam que, na prática, seja capaz de construir, apresentar e orientar processos que envolvam o raciocínio matemático dos alunos. Por outro lado, do ponto de vista da aprendizagem, é importante que desde cedo os alunos tenham contato com a apresentação, resolução e discussão de tarefas matemáticas.

Este projeto de investigação incide na área da Matemática, por vários motivos. Em primeiro lugar, importa referir que a nível pessoal sempre tive dificuldades nesta área, daí a minha necessidade de investir em melhorar o meu conhecimento matemático. Além disso, durante a minha escolaridade básica sempre, considerei bastante difícil a resolução de problemas e de cálculos associados à operação divisão. De facto, qualquer problema que envolvesse a divisão, no meu entender, só poderia ser resolvido através do algoritmo, o que dificultava a sua compreensão.

Referindo-se à operação divisão, Ferreira (2005, p. 113) realça "que grande parte das dificuldades dos alunos resulta da grande preocupação que tem sido dada à mecanização do algoritmo, sem qualquer contexto e através de um conjunto de etapas pouco significativas para os alunos".

Uma vez que fiz estágio numa turma do 4.º ano, a divisão foi uma das operações focada neste ano de escolaridade, tal como é referido no Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007), em vigor na altura da recolha dos dados. Efetivamente, no 3.º e 4.º ano são identificados pelo PMEB, os seguintes objetivos específicos, associados à aprendizagem da divisão: compreender a divisão inteira e o significado do quociente e resto, entender a divisão nos sentidos de partilha e de medida e resolver problemas recorrendo à relação entre a multiplicação e divisão (ME, 2007).

Também as minhas observações sobre o desempenho dos alunos da turma do 4.º ano do 1.º ciclo, onde estagiei me motivaram a desenvolver esta investigação. Durante as semanas de observação presenciei que poucos alunos conseguiam resolver problemas que envolvem a divisão e muitos até verbalizavam que não sabiam. De acordo com a literatura, esta dificuldade é muito comum quando os alunos se deparam com a operação divisão. Segundo Jesus (2005, p. 92) " esta operação aritmética é usualmente uma fonte de dificuldades para os alunos, por requerer o uso de outras operações, adição, subtracção e multiplicação, e provavelmente, por a aprenderem sem perceber o seu sentido".

Também Ponte (2006) identifica algumas dificuldades sentidas pelos alunos portugueses, referindo, em particular que:

> "tendo em atenção os resultados das provas de aferição realizadas em Portugal, e no que se refere especificamente ao cálculo, os pontos críticos na aprendizagem dos conceitos numéricos por parte dos alunos parecem ser: (i) o cálculo com números inteiros multidígitos (já no 1.º ciclo), incluindo saber executar os algoritmos e usá-los em problemas concretos (especialmente a divisão) (…) " (p.8).

Outro motivo que me levou a aprofundar e a refletir sobre esta temática está relacionado com o caminho que os alunos realizaram durante a sua aprendizagem ao longo do 1.º ciclo, uma vez que trabalhei com o 4.º ano de escolaridade. No meu entender, muitas das dificuldades que os alunos manifestavam ao resolver uma determinada tarefa matemática relacionada com a divisão, correspondia à sua pouca compreensão sobre algumas ideias matemáticas essenciais. Por outras palavras, ao longo do seu percurso escolar, os alunos podem não ter consolidado as aprendizagens essenciais para a compreensão da divisão, tais como o seu conhecimento sobre as outras operações, como a multiplicação e a subtração, sendo esta uma das causas para as dificuldades evidenciadas.

1.2. Objetivo e questões

Considerando as motivações para a realização desta investigação e a sua pertinência, enunciadas anteriormente, foram delineados alguns objetivos e questões que me orientaram neste projeto.

O objetivo que orienta a minha investigação é o seguinte:

Compreender o modo como os alunos do 4.º ano de escolaridade resolvem tarefas que envolvem a operação divisão;

Decorrentes do objetivo identificado defini as seguintes questões:

1) Quais são as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão?
2) Que dificuldades manifestaram os alunos na resolução das tarefas de divisão?

Considerando o objetivo e as questões do estudo organizei quatro sequências de tarefas com contexto de divisão que foram exploradas com os alunos ao longo do meu período de estágio. Uma vez que a divisão deve ser trabalhada na sua relação com a multiplicação comecei por propor aos alunos um conjunto de tarefas com contexto de multiplicação.

A exploração das tarefas propostas foi realizada na sala de aula, com o apoio da professora titular da turma e da minha colega de estágio.

1.3. Estrutura do Projeto de Investigação

Este relatório encontra-se organizado em seis capítulos.

O capítulo 1 inclui o objetivo e questões que norteiam a investigação realizada. Apresento, antes, as minhas motivações pessoais e profissionais que me levaram à procura da compreensão das estratégias usadas pelos alunos nas resoluções das tarefas associadas à operação divisão. Ainda neste capítulo são expostos alguns argumentos que justificam a pertinência deste estudo.

No capítulo 2 elaboro uma revisão de literatura, onde analiso e discuto estudos sobre a aprendizagem da divisão e as estratégias usadas pelos alunos. Numa primeira parte foco-me na aprendizagem da Matemática com compreensão e no papel do professor. A segunda parte está direcionada para a aprendizagem da divisão e inclui: as tarefas de divisão, a relação entre a multiplicação e a divisão, os sentidos da divisão, as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão e as dificuldades sentidas pelos alunos associados à divisão.

No capítulo 3 apresento e fundamento as opções metodológicas selecionadas de acordo com o estudo, com o objetivo, com as questões, o contexto e os participantes. São, ainda, discutidos e justificados os métodos de recolha de dados e os processos de recolha e análise de dados.

No capítulo 4 elaboro e fundamento a proposta de intervenção, incluindo as sequências de tarefas, a preparação das aulas e como estas se concretizaram.

O capítulo 5 inclui a caracterização das estratégias usadas pelos alunos da turma na resolução das tarefas de divisão.

No capítulo 6 caracterizo as estratégias usadas por 4 alunos da turma: Beatriz, Pedro, João e Diogo. Analiso também as dificuldades por eles manifestadas na resolução das tarefas de divisão.

No capítulo 7 apresento as conclusões deste estudo. Começo por uma síntese do estudo e, em seguida, apresento as principais conclusões do estudo realizado no que respeita às estratégias usadas pelos alunos e às suas dificuldades na resolução das tarefas de divisão.

Termino com uma breve reflexão sobre todo o processo desenvolvido.

Capítulo 2

Quadro teórico de referência

Este capítulo destina-se à revisão da literatura, com a intenção de aprofundar os aspetos essenciais da aprendizagem da Matemática com compreensão associadas à operação divisão. Começo por discutir o que significa Matemática com compreensão. Em seguida analiso o papel do professor na aprendizagem da Matemática. No que respeita à operação divisão, discuto o contributo das tarefas para a aprendizagem da divisão, da relação entre a multiplicação e a divisão, dos sentidos que a divisão detém e, ainda das estratégias/procedimentos pelos quais os alunos podem optar na resolução das tarefas apresentadas. Por último apresento algumas dificuldades, decorrentes da literatura, associadas à operação divisão.

2.1. Aprender Matemática com compreensão

Desde os primeiros anos, as crianças desenvolvem várias competências que resultam das observações, associações, questões, e também da resolução de situações problemáticas. Estas experiências promovem o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo nas crianças, que é essencial para a aprendizagem da Matemática.

> “As crianças devem aprender noções básicas de numeracia para lidar com situações do quotidiano, compreender conceitos matemáticos como base de estudos adicionais em matemática e outros conteúdos disciplinares, aprender a resolver uma série de problemas, incluindo problemas práticos, aprender a usar a matemática como parte da compreensão crítica da sociedade e das questões de justiça social, do ambiente, etc.” (Moreira & Oliveira, 2004, p. 25).

Por isso, é necessário proporcionar experiências que possibilitem e encorajem as crianças a valorizar a Matemática, permitindo-lhes construir o conhecimento matemático com significado.

Um dos objetivos gerais do PMEB é que:

> “alunos devem desenvolver uma *compreensão* da Matemática. Isto é, devem ser capazes de: entender o significado dos conceitos, relacionando-os com outros conceitos matemáticos e não matemáticos; perceber a razão de ser dos algoritmos e procedimentos de rotina; reconhecer regularidades e compreender relações; acompanhar e analisar um raciocínio ou estratégia matemática” (ME, 2007, p. 4).

Este objetivo é bastante claro para entendermos o “porquê” da importância da compreensão na aprendizagem da Matemática, pois se um aluno consegue compreender o que lhe está a ser proposto nos momentos da sua aprendizagem consegue sem dúvida desenvolver competências matemáticas. Por isso, “os alunos devem compreender conceitos, algoritmos, procedimentos e relações, e perceber a Matemática como uma disciplina lógica e coerente” (idem).

No documento Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) menciona-se que a aprendizagem da Matemática requer compreensão. Por outras palavras, a aprendizagem dos conceitos matemáticos com compreensão torna os alunos mais capacitados para a resolução de diversos tipos de problemas, ao mesmo tempo que desenvolvem uma atitude positiva face a esta disciplina. Assim, a compreensão é uma componente essencial para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, sendo também uma mais-valia no desenvolvimento da autonomia nos alunos.

O mesmo documento refere, ainda, que quando participamos ativamente na construção do nosso conhecimento, compreendemos o verdadeiro significado da aprendizagem. Deste modo, os alunos devem ter um papel preponderante na construção da sua aprendizagem, ou seja, "os alunos devem aprender matemática com compreensão, construindo activamente novos conhecimentos a partir da experiência e de conhecimentos prévios" (NCTM, 2008, p. 21).

Além disso, "os alunos aprendem mais e melhor quando controlam a sua aprendizagem através da determinação dos seus próprios objectivos e da avaliação do seu progresso". (NCTM, 2008, p. 22) O que significa que quando os alunos se deparam com "problemas" significativos no âmbito da Matemática, ficam mais confiantes na sua exploração e resolução.

Também é referido no PMEB que:

> "as situações a propor aos alunos, tanto numa fase de exploração de um conceito como na fase de consolidação e aprofundamento, devem envolver contextos matemáticos e não matemáticos e incluir outras áreas do saber e situações do quotidiano dos alunos. É importante que essas situações sejam apresentadas de modo realista e sem artificialidade, permitindo capitalizar o conhecimento prévio dos alunos" (M.E, 2007, p. 9).

Deste modo, os alunos, perante problemas matemáticos relacionados com o quotidiano, conseguem compreender, interpretar, resolver, partilhar informação e esclarecer dúvidas, tendo como objetivo desenvolver conhecimentos na área da Matemática.

No caso do tema Números e Operações, tanto o PMEB (ME, 2007) como o NCTM (NCTM, 2008) referem que os alunos do 1.º ciclo devem apropriar-se dos conteúdos matemáticos com compreensão, de modo a usarem e aplicarem os seus conhecimentos de forma intuitiva, flexível e eficaz. Para que consigam desenvolver competências ao nível dos números e operações, os alunos terão que compreender, nomeadamente as propriedades das operações, assim como as suas relações.

Os momentos de reflexão são importantes para o aluno, pois ele necessita de compreender e edificar o seu raciocínio, de forma a discutir as suas estratégias e a dos colegas, com o intuito de dominar os conhecimentos matemáticos inerentes às resoluções apresentadas. Como tal, e reforçando a ideia anterior "neste processo [aprendizagem da matemática], são fundamentais os momentos de reflexão, discussão e análise crítica envolvendo os alunos, pois estes aprendem, não só a partir das actividades que realizam, mas sobretudo da reflexão que efectuam sobre essas actividades" (ME, 2007, p. 11).

Assim, "a aprendizagem matemática envolve quer a atribuição de significado às ideias matemáticas quer a aquisição da capacidade e intuição para resolver problemas" (NCTM, 2008, p. 169). Neste sentido, a aprendizagem da Matemática com compreensão é essencial para que os futuros cidadãos da sociedade consigam procurar estratégias de resolução e/ou alternativas perante um problema. Daí a importância do desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de calcular de modo flexível no trabalho desenvolvido com os alunos no âmbito da Matemática.

Quanto às orientações curriculares para o 1.º CEB (ME, 2007) e direcionando para o tema deste projeto, Números e Operações, podemos verificar que o trabalho em torno dos números e das operações, tem o propósito principal de "desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos" (ME, 2007, p. 13). Mais uma vez, a compreensão aparece associada à aprendizagem da Matemática.

De acordo com PMEB (2007), a compreensão da Matemática contribui para a construção de um conhecimento mais sólido e eficaz. O aluno que, desde cedo, compreenda as noções básicas da Matemática, desenvolve competências ao nível do raciocínio matemático que o ajudam a resolver tarefas.

2.2. O papel do professor na aprendizagem da Matemática

De acordo com o NCTM (2008, p. 17) "os alunos aprendem matemática através das experiências que os professores proporcionam" ou seja, o professor é uma ligação importante entre a aprendizagem dos alunos e o conhecimento e a compreensão da Matemática. Por esta razão cabe ao professor promover um ambiente positivo, no qual os alunos se sintam confiantes e motivados para explorar o mundo da Matemática.

Segundo Ponte e Serrazina (2000) a aprendizagem da Matemática necessita de um ambiente positivo no qual os alunos se sintam à vontade para colocar dúvidas e sugestões. Os alunos devem sentir-se, também, valorizados e respeitados no seu trabalho e nas suas ideias, pois desenvolvem assim um maior interesse, participação e conhecimentos matemáticos.

Deste modo, os professores têm um papel muito relevante no ensino da Matemática, pois a sua atitude " é determinante para criar um ambiente em que as crianças partilhem activamente os seus pensamentos matemáticos entre si e com o professor" (Jesus, 2004, p. 27).

É essencial que os professores na sala de aula proporcionem situações adequadas, desafiadoras e problemáticas, para que os alunos possam evoluir na sua aprendizagem e compreender os vários aspetos da Matemática. Sempre que um aluno se envolve nas situações adequadas, propostas pelo professor, vai progredir em termos da sua aprendizagem.

Segundo o NTCM (2008), os professores defrontam-se com as orientações curriculares a partir das quais estruturam as suas aulas. Ainda assim, poderão optar por diferentes abordagens, de modo que os alunos se sintam à-vontade para explorar a Matemática de uma forma apelativa e aprofundada.

Sabe-se que "ensinar bem matemática é uma tarefa complexa, e não existem receitas fáceis para que todos os alunos aprendam ou todos os professores sejam, de facto, eficientes" (NCTM, 2008, p. 17). Mas se um professor conhecer bem os conceitos, os métodos, os procedimentos matemáticos de modo flexível consegue atingir, em conjunto com cada aluno, os objetivos propostos para o 1.º CEB. Tal como referem Ponte e Serrazina (2000, p. 15) "o professor precisa de se sentir à vontade na Matemática que ensina".

Segundo os autores citados anteriormente o professor deve transmitir o gosto pela Matemática, motivando os alunos a aprender noções novas desta ciência. Deste modo, a forma como os professores apresentam as tarefas, as discutem e as resolvem com os alunos são relevantes para o processo de aprendizagem da Matemática. Para Ponte e Serrazina (2000, p. 18-19) " ao ensinar um dado tópico, o professor concebe tarefas apropriadas para desenvolver a compreensão, a capacidade de resolução de problemas, os processos de raciocínio e as competências de cálculo dos alunos”. Este processo envolve o reconhecimento, por parte do professor e do aluno, de que existem diferentes estratégias que podemos apresentar como forma de resolução de uma mesma tarefa, contribuindo assim para a flexibilidade do pensamento matemático.

Assim, o professor deve promover momentos de discussão oral, pois possibilita aos alunos expor as suas estratégias de resolução da tarefa, bem como confrontá-las com outras que sejam diferentes. Esta circunstância é uma oportunidade de explicitar várias estratégias, clarificar ideias, desconstruir procedimentos errados, formular conceitos e, com a orientação do professor, desenvolver um rigor linguístico próprio da Matemática.

Embora seja fundamental que o professor utilize rigor linguístico, os alunos devem de compreendê-lo, pois:

> “se uma criança tem dificuldade com um problema de aritmética e o professor o resolve no quadro, a criança pode compreender a solução num instante. Mas se o professor estiver a resolver o problema usando altas matemáticas, a criança não será capaz de compreender a solução, independentemente do número de vezes que imite o professor” (Vygotsky, 1978, citado por Fino, 2001, p. 282).

Por tudo isto, é importante que o professor tenha a sensibilidade e a capacidade de observação para perceber se os alunos estão a compreender o que está a ser efetuado na sala de aula.

2.3. A aprendizagem da divisão

Desde cedo, as crianças utilizam a ideia de divisão (Loureiro, 1996). Por exemplo: quando as crianças partilham rebuçados equitativamente pelos colegas da sala do pré-escolar, ou quando querem saber quantos copos conseguem encher com uma garrafa de sumo de um litro. Contudo, segundo Folson (1975) citado por Jesus (2005) a construção do conceito de divisão é frequentemente uma fonte de dificuldades para os alunos, pois requer um conhecimento bem alicerçado das outras operações [adição, subtração, multiplicação] e possivelmente, por aprenderem sem compreender o seu sentido. Então, a aprendizagem da divisão requer um conhecimento com compreensão das operações adição, subtração e multiplicação. Segundo Inácio, Pires e Semedo (1992, p. 70) " a divisão só deve ser conhecida pelas crianças, enquanto operação, depois delas se mostrarem capazes de resolver problemas com ela relacionadas por recurso a raciocínios de tipo aditivo, subtractivo e multiplicativo".

No PMEB (2007) refere-se que os alunos devem compreender, primeiramente as relações numéricas, o que lhes permite estruturar o raciocínio matemático para as primeiras operações. Além disso, o sentido do número é um pilar essencial para os alunos adquirirem competências ao nível das relações entre os números, entre as operações e, paralelamente, entre as suas propriedades.

A expressão sentido do número faz alusão "à compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para cada um os utilizar no seu dia-a-dia, na sua vida profissional ou enquanto cidadão activo" (Castro & Rodrigues, 2008, p. 11).

No âmbito do desenvolvimento do sentido do número, o cálculo mental é igualmente importante para a aprendizagem da divisão. Para McIntosh e Reys e Reys:

> "o sentido de número refere-se a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis na manipulação dos números e das operações. Reflete uma capacidade e uma predisposição para usar os números e os métodos de cálculo como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação" (1992, p. 3) .

De acordo com o PMEB (2007), os objetivos específicos relacionados com a aprendizagem da divisão no 1.º e 2.º anos de escolaridade são: "reconhecer situações envolvendo a divisão; usar os sinais +, -, x e: na representação horizontal do cálculo, compreender, construir e memorizar as tabuadas da multiplicação, resolver problemas envolvendo adições, subtracções, multiplicação e divisões” (p. 16). No 3.º e 4.º anos os alunos devem:

> “usar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades, compreender a divisão nos sentidos da medida, partilha e razão, compreender, na divisão inteira, o significado do quociente e do resto, resolver problemas tirando partido da relação entre a multiplicação e a divisão, compreender e realizar algoritmos para as operações multiplicação e divisão (apenas com divisores até dois dígitos), compreender os efeitos das operações sobre os números, resolver problemas que envolvam as operações em contextos diversos” (PMEB, 2007, p. 18).

No seguimento desta ideia, a aprendizagem da divisão tem por base o desenvolvimento do cálculo mental, associado a esta operação que juntamente com a compreensão das outras três operações contribui para o desenvolvimento das capacidades dos alunos em resolver tarefas da divisão.

Assim, a aprendizagem da divisão é um caminho no qual os alunos devem resolver tarefas diversificadas, construir diferentes estratégias de cálculo, explorando as propriedades da operação e a sua relação com a multiplicação.

Os alunos devem, inicialmente, aprender a divisão com recursos a materiais manipuláveis, o que facilita a compreensão do conceito. Para perceber o conceito da divisão é essencial que os alunos desenvolvam gradualmente competências e estratégias de cálculo mental, para mais tarde passarem para outro nível de resolução, ou seja, através do algoritmo (PMEB, 2007). No documento anterior é ainda mencionado que “no caso da divisão, o algoritmo pode iniciar-se através do cálculo de quocientes parciais que depois são adicionados (por exemplo, múltiplos de 10) e através de subtracções sucessivas. (…) Este processo contribui também para a compreensão do sentido da divisão” PMEB (2007, p. 14).

Brocardo e Serrazina (2008, p. 102) mencionam que “um algoritmo é um conjunto de procedimentos [relativamente a dígitos] que se usam segundo uma determinada ordem”, para chegar a um determinado resultado/objetivo. Uma das vantagens da utilização do algoritmo, segundo Brocardo, Serrazina, & Kraemer,

(2003) são a sua generalidade, pois a sequência dos passos do algoritmo é válido para qualquer número e operação e é eficaz, visto que chegamos a um resultado correto e universal, sempre que utilizamos as regras apropriadas à operação em causa. Contudo, é importante referir que a utilização do algoritmo não pode ser o objetivo da aprendizagem da divisão. A forma de um aluno resolver uma tarefa reflete o seu raciocínio, ou seja, a sua compreensão. Esta ideia é importante, porque o professor necessita de apreender o nível de aprendizagem do aluno, para poder orientá-lo para novas aprendizagens, ou então, para ajudá-lo a superar as dificuldades observadas.

2.3.1 As tarefas na aprendizagem da divisão

As tarefas de matemática têm um grande potencial educativo para a aprendizagem dos alunos na sala de aula (Fosnot & Dolk, 2001; NCTM, 2008; PMEB, 2007).

O entendimento de tarefa de matemática é variado. Segundo Ponte e Serrazina (2000, p. 112) " as tarefas de matemática que o professor propõe aos alunos – problemas, investigações, exercícios, projectos, construções, jogos, apresentações orais, […] constituem o ponto de partida para o desenvolvimento da sua actividade matemática". Para os autores Stein, Remillard e Smith (2007, p. 346) uma tarefa de matemática é "a actividade matemática na sala de aula cujo propósito é focar a atenção dos alunos numa ideia de matemática particular". Desde modo, as tarefas de matemáticas pretendem contribuir para o desenvolvimento de uma aprendizagem de matemática.

Os autores Stein, Smith, Henningsen e Silver (2000) citados por Cirillo (2013, p. 2) definiram que "uma tarefa matemática como um problema matemático ou conjunto de problemas que abordam uma respetiva ideia ou conceito matemático". O que sugere que a natureza da tarefa matemática é promover uma atividade, ou seja a sua resolução por parte do aluno, apresentando, questionando e construindo as suas estratégias.

Na perspetiva do NCTM (2008, p. 19) " são utilizadas tarefas matemáticas significativas para introduzir conceitos importantes e para envolver e desafiar intelectualmente os alunos”. Este documento ainda menciona que tais tarefas podem ter diversas abordagens, como por exemplo “a utilização de um tipo de contagem aritmética, a construção de um diagrama geométrico e a enumeração de possibilidades, ou a utilização de equações algébricas – que as tornam acessíveis aos alunos, fazendo uso de diversos tipos de conhecimentos e experiências prévias” (NCTM, 2008, p. 20).

Assim, o NCTM (2008) identifica algumas particularidades desejáveis das tarefas matemáticas tais como: encorajar e desafiar intelectualmente os alunos; estimular e envolvê-los na Matemática; relacioná-la com a sua realidade e as experiências vividas; terem contextos que promovam interrogações e a comunicação sobre a matemática. Além disso, o professor tem o papel de desenvolver tarefas na sala de aula, uma vez que é ele que deve organizar, orientar e apoiar os alunos, bem como desafiá-los com questões pertinentes.

Deste modo, as tarefas associadas aos Números e Operações devem respeitar três componentes: (1) devem permitir a utilização de modelos matemáticos que possibilitem desenvolver ideias sobre a multiplicação e a divisão; (2) apresentar situações que os alunos consigam experienciar ou imaginar. Por outras palavras, as propostas das tarefas devem partir de uma situação real ou imaginária, mas que seja possível atribuir-lhe um sentido real; (3) criar situações que promovam questões, curiosidade e desafios. As tarefas devem suscitar as seguintes questões: *Porque é assim? E se fosse assim?* (Fosnot & Dolk, 2001).

Tal como é referido anteriormente, a utilização de contextos reais nas tarefas de matemática é essencial para a compreensão da operação de divisão. Para Gravemeijer (2005, p. 11) “ trabalhar com problemas realistas também implica uma abordagem significativa para o problema do resto”. Deste modo, quando um aluno se depara com uma divisão não exata numa tarefa percebe que, tal como no mundo real, existem situações em que não podemos repartir em partes iguais e em que há sobras. Para os autores das NCTM (2008, p. 176) os alunos “deverão aprender o significado do resto modelando problemas de divisão e explorando restos possíveis para um determinado divisor”.

Menino e Rocha (2008, p. 185), numa perspetiva de aprendizagem da divisão referem que “ é fundamental que a divisão seja apresentada em contextos diversos durante a fase de formação dos conceitos”. Estes autores reforçam ainda a ideia que é importante apresentar simultaneamente tarefas de divisão no sentido de partilha e medida, para que os alunos sejam capazes, intuitivamente de as resolver, embora sem identificar estas diferenças.

2.3.2 A relação entre a multiplicação e a divisão

Compreender a relação entre a multiplicação e a divisão é essencial, para que os alunos consigam resolver tarefas de uma forma flexível e com significado. "A relação inversa entre as operações é uma outra conexão válida que pode proporcionar ao aluno uma outra maneira de pensar sobre o problema" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 254).

De acordo com o NCTM, no capítulo dos Números e Operações para os anos 3.º - 5.º, os alunos devem entender o significado das operações e como estas se relacionam entre si. Orientando para o tema abordado neste trabalho, as normas referem ainda, que os alunos deverão "identificar e usar, na resolução de problemas, as relações entre as operações, tais como a divisão ser o inverso da multiplicação" (NCTM, 2008, p. 172). Também no PMEB (ME, 2007), um dos objetivos específicos do 3.º e 4.º anos de escolaridade é a resolução de tarefas utilizando a relação entre a multiplicação e a divisão. Quer isto dizer que os professores devem destacar, através de tarefas, a relação entre estas duas operações, ou seja, os alunos devem perceber que $10 \div 2 = 5$ porque $5 \times 2 = 10$. De acordo com Ponte e Serrazina, (2000, p. 254) "para compreender a relação entre as operações é essencial perceber bem cada uma das operações". O que significa que os alunos ao resolverem uma operação de divisão podem recorrer à multiplicação, compreendendo a relação entre as operações.

Deste modo, consciencializar os alunos para a conexão entre as operações de divisão e multiplicação possibilita que, perante um problema, eles sejam capazes de desenvolver estratégias e/ou combinações eficazes, apontando para resultados corretos. Esta destreza de calcular é uma mais-valia para os alunos, pois conseguem compreender as propriedades das duas operações e a sua relação.

Tendo este saber consolidado, no que respeita à divisão de números naturais, os alunos conseguem perceber que a “divisão produz sempre resultados mais pequenos” (NCTM, 2008, p. 176), do que a multiplicação. Este facto permite uma reflexão sobre os resultados obtidos numa tarefa, bem como a ligação que existe entre o divisor e o quociente, ou seja saber que “quanto menor for o divisor, maior é o quociente” (NCTM, 2008, p. 176), no caso dos números naturais.

2.3.3 Os sentidos da divisão

De acordo com o Programa de Matemática do 1.º Ciclo do Ensino Básico, os alunos devem entender a divisão nos sentidos de medida, partilha e razão (ME, 2007).

Geralmente, os professores iniciam o ensino da divisão com a divisão por partilha, pois consideram que desde muito cedo os alunos experienciam momentos em que têm de distribuir igualmente uma determinada quantidade, por exemplo: rebuçados, bolachas, peças de lego, entre os colegas. Inicialmente, os alunos que ainda não adquiriram o sentido das operações aritméticas, repartem um a um pelos elementos do grupo, acabando por perceber que cada grupo fica com uma certa quantidade. Para Rocha, Rodrigues e Menino (2007, p. 20) no “ desenvolvimento do sentido desta operação as crianças devem perceber que dividir não está unicamente associado à situação psicológica de partilhar igualmente” o que permite os autores afirmarem que “esta estratégia elementar não é muito útil e é claramente ineficaz para números grandes.” Por isso, é importante que os alunos compreendam cada operação aritmética, a relação entre elas e quais os procedimentos que se podem usar para conseguir resolver uma certa tarefa.

Segundo Fosnot e Dolk (2001, p. 53), mencionam que as crianças ao resolverem problemas de divisão “começam por usar estratégias de construção (building-up), focando no número do grupo, ao invés sobre o grupo e na sua totalidade, torna os problemas de divisão partilha mais difícil para eles”.

Para Loureiro (1996), Fernandes, Ribeiro, Lopes, Belo, Pedro, Vasconcelos e Martins (2007) a divisão no sentido da partilha é matematicamente menos simples pois não exige “qualquer conhecimento de contagem” (Loureiro, 1999, p. 35). A criança pode distribuir, por exemplo rebuçados sem realizar uma contagem prévia, para saber quantos rebuçados são para cada criança do grupo.

A divisão no sentido de medida, de acordo com os autores supramencionados afirmam que é “ matematicamente bastante mais simples” (Loureiro, 1996, p. 35), mas, inicialmente, parece que a criança não reconhece a relação com a divisão, pois “ não partilha nada, faz agrupamentos com igual número de elementos” (idem).

Para Fernandes et, al. (2007 p. 3) “o conceito de divisão ganha sentido quando os alunos estabelecem conexões entre partilha e o agrupamento e conectam os dois sentidos da divisão com outras operações com números”, o que parece importante abordar os dois sentidos da divisão e a sua relação.

Outro sentido da divisão é conhecido por agrupamento ou medida ou ainda a operação inversa da multiplicação (Ponte & Serrazina, 2000). Este sentido corresponde a uma dada situação em que se pretende “dividir uma quantidade em grupos com um dado número de elementos e quer-se saber quantos grupos se podem fazer” (Ponte & Serrazina, 2000, p. 152-153). Por exemplo: - Quantos grupos de 6 peças de legos estão numa caixa de 180 peças de legos? A partir desta questão podem surgir duas estratégias diferentes. A primeira pode corresponder a divisão equitativa de 180 peças por 6 grupos, ou seja quantas peças ficam em cada grupo. A segunda refere-se à divisão do 180 em grupos de 6, ficando a questão: quantos grupos existem? Segundo os autores citados anteriormente em situação real, a divisão como medida pode ser ainda subdividida em dois pontos: 1) o que se refere à noção de subtração, uma vez que se repete uma dada quantidade, por exemplo: *quantos conjuntos de 6 posso fazer com 180 peças?*; 2) o que sugere a adição repetida, com vista a obter um dado número, ou seja, *quantos grupos de 6 necessito para as 180 peças?*

A divisão como razão é outro sentido da divisão e está associada à comparação de duas quantidades, ou seja, é a comparação entre duas medidas da mesma grandeza. Exemplificando: a Joana recebe 500 euros de ordenado e a Marta 850, qual a razão entre estes dois ordenados? É importante referir que a divisão como razão “envolve problemas mais complexos que só posteriormente devem ser apresentados aos alunos e em contextos perceptíveis para estes" (Rocha, Rodrigues e Menino, 2007, p. 20).

Menino e Rocha (2008) consideram que a compreensão e identificação dos sentidos da divisão remetem-se para o professor, pois ao explorar tarefas com diversos sentidos da divisão com os alunos, estes irão perceber, intuitivamente, que a divisão se apresenta em diferentes contextos o que faz todo o sentido trabalhar em simultâneo problemas de partilha e problemas de medida" (Menino & Rocha, 2008, p. 185).

Também Loureiro (1996, p. 37) refere que "no trabalho à volta da divisão estão várias aprendizagens em jogo que se articulam umas nas outras. Ao trabalhar esta operação em todas as suas componentes estamos também a trabalhar as outras operações e as ligações entre elas surgem naturalmente".

2.3.4 As estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão

O NCTM (2008, p. 59) refere que "as oportunidades para utilizar estratégias deverão estar naturalmente integradas no currículo atravessando as diversas áreas de conteúdo".

De acordo com Ponte e Serrazina (2000) as estratégias são uma forma de abordagem que um certo indivíduo utiliza para solucionar uma ou várias questões, sendo que umas são mais vantajosas do que outras em determinados contextos. Assim, as estratégias utilizadas nas tarefas de divisão podem estar relacionadas com as quatro operações aritméticas, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

Perante as tarefas que envolvem a divisão, e numa fase inicial, os alunos necessitam de desenvolver estratégias que possibilitem resolvê-las, utilizando ou não materiais manipuláveis. A manipulação dos materiais pode surgir numa fase inicial, de modo a que o aluno compreenda todo o processo associadas a esta operação.

Deste modo, os alunos podem recorrer a “registos informais, recorrendo a desenhos, esquemas ou a operações conhecidas” (ME, 2007, p. 16). Por exemplo:

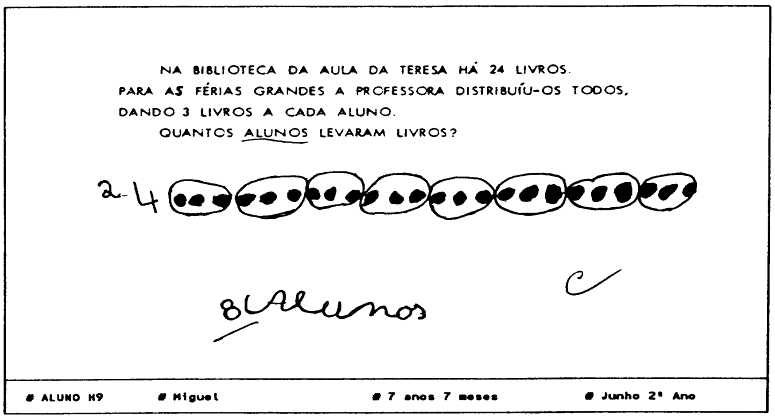


Figura 1 – Procedimento usado pelo aluno numa tarefa de divisão, (Inácio, Pires & Semedo, 1992, p. 72).

Este aluno mostra que através do desenho consegue organizar os 24 livros em grupos de três, respondendo assim à questão da tarefa.

Para Ambrose, Baek e Carpenter (2003, p. 321-329), as estratégias da divisão organizam-se em quatro categorias:

- ✓ Trabalhar com um grupo de cada vez: o que significa usar subtrações sucessivas em que o aluno subtrai o menor número (divisor) a partir do número maior. Outros alunos podem adicionar sucessivamente o número mais pequeno até atingir o número maior, ou que estiver mais próximo. As duas primeiras estratégias referidas anteriormente são usadas, sobretudo, em tarefas de divisão por medida. Enquanto a estratégia distributiva é usual na divisão por partilha, uma vez que os alunos já conseguem articular o seu conhecimento sobre os números com as representações icónicas. O exemplo dado pelos autores é o cálculo de 228 (M&M):12(crianças). Os alunos iniciam a tarefa desenhando caixas que representam as crianças, nas quais distribuem 10 M&M por cada uma delas. Depois distribuem 5, em seguida 2, até acabarem os M&M (Ambrose, et. al., 2003).
- ✓ Não decompor o dividendo: esta estratégia pode ser utilizada na divisão por partilha e medida e requer uma visão mais abstrata e avançada, segundo os autores. Corresponde à subtração e recorre à compreensão da estrutura decimal e ao uso de múltiplos de dez. Por exemplo, a ilustração dada pelos autores, num problema de divisão por partilha é: a distribuição de 544 rebuçados por 17

amigos. O aluno começa por multiplicar o 17 por 10, dado 170 e depois subtrai sucessivamente este valor ao 544. Exemplo:

544 – 170 =374; 374 – 170 =204; 204 -170=34, ao chegar a este valor subtrai esse próprio valor, resultando 0.

Nos problemas de divisão por medida, os autores referem-se a este exemplo: embalar 896 maças em 35 sacos. Tal como o exemplo anterior, o aluno inicia o seu cálculo usando múltiplos de 10 do divisor. Seguidamente, subtrai duas vezes o 350 (10x35) ao 896, depois duas vezes 70 (2x35) e, por fim uma vez o 35 (1x35). Assim, o quociente é obtido adicionando os valores 10+10+2+2+1= 25. Como esta operação não dá resto zero, os alunos apercebem-se que sobram 21 maçãs (Ambrose, et. al., 2003).

- ✓ Decompor o dividendo: esta estratégia recorre à decomposição do dividendo, e pode ser usada para a divisão por partilha e por medida. O exemplo apresentado pelos autores refere-se à decomposição do número 896 em centenas (800), dezenas (90) e unidades (6), dividindo-se cada um dos números por 35. De seguida, adicionam-se os restos obtidos e divide-se novamente até ser possível realizar essa operação (Ambrose, et. al., 2003).
- ✓ Estratégias de construção (building up): Tal como as anteriores, esta estratégia por ser usada nas tarefas de divisão por partilha e por medida. Um dos exemplos que ilustra esta estratégia é a divisão de 544 por 17. Como se pode observar anteriormente, o aluno ao resolver esta operação tira partindo dos múltiplos de 10, multiplicando 17x10=170. Posteriormente, adicionar sucessivamente 170 até chegar o número mais próximo de 544, ou seja 510. Depois adiciona 34 (2x17), perfazendo o total de 544. Assim, adiciona-se os números 10+10+10+2, obtendo 32 no quociente. Esta estratégia é considerada pelos autores pouco eficiente, pois os alunos tendem a ter dificuldade em pensar nos produtos que se aproximam ao dividendo correspondente. Além disso, como esta estratégia está associada à adição, alguns alunos podem recorrer à estratégia de uso de dobros (Ambrose, et. al., 2003).

Relativamente ao uso de dobros, Rocha, Rodrigues e Menino (2007) mencionam numa tarefa de divisão, em que “mantendo o divisor constante, se altera o dividendo para o dobro ou para quádruplo; ou mantendo o dividendo constante se altera o divisor para o dobro e para quádruplo” (p. 21). Esta estratégia possibilita que os alunos compreendam e analisem que ao duplicar o dividendo, o quociente também duplica, tal como se apresenta na figura seguinte:

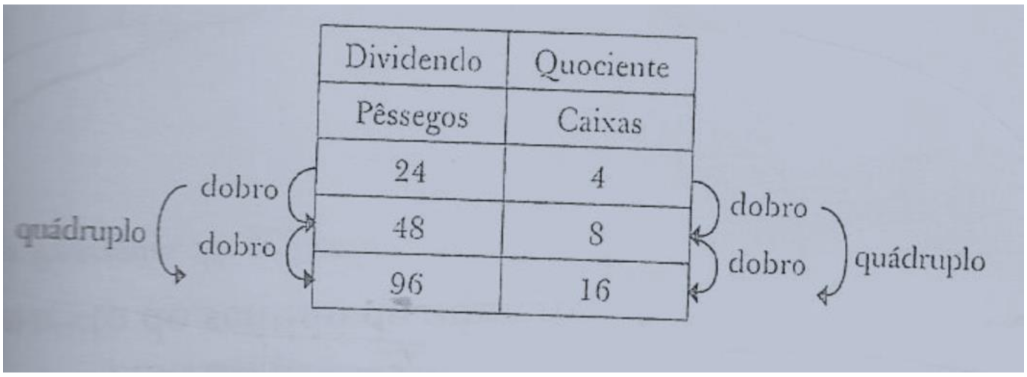


Figura 2 – Resolução da tarefa Mini - Mercado. (Rocha, Rodrigues e Menino, 2007, p. 21)

Outra relação referida pelos autores supramencionados é que mantendo o dividendo constante e duplicando o divisor, o quociente passa para metade, tal como mostra a figura seguinte.

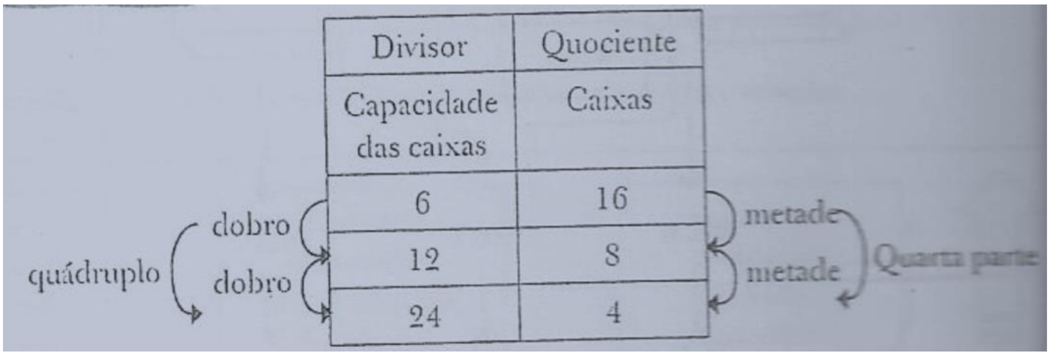


Figura 3 – Resolução da tarefa Mini- Mercado. (Rocha, Rodrigues e Menino, 2007, p. 22)

Existem, ainda, outros autores que identificaram e analisaram as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão.

Heirdsfield, Cooper, Mulligan e Irons (1999) realizaram um estudo que envolvia 95 alunos do 4.º ao 6.º ano. Analisaram as estratégias usadas pelos alunos nas tarefas de multiplicação e de divisão. Dada a investigação deste relatório basear-se na divisão, apenas focarei as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão.

Deste modo, os autores supramencionados organizaram as estratégias dos alunos em cinco categorias: estratégias de contagem (todas as formas de contagem, para frente, para trás, repetição da adição, subtração, as metades e os dobros); uso de factos básicos (usar fatores conhecidos ou derivados dos fatores dos conhecidos); decompor os números segundo o valor de posição e calcular da direita para a esquerda; decompor os números segundo o valor de posição e calcular da esquerda para a direita e estratégias holísticas (números tratados pela sua totalidade) (Heirdsfield, et al, 1999).

O estudo destes autores evidência que muitos dos alunos do 6.º ano utilizaram estratégias holísticas na resolução de problemas de multiplicação e divisão. Mas, ainda assim, houve alunos que continuaram a usar estratégias de contagem.

Hartnett (2007) categoriza estratégias de cálculo mental gerais para as quatro operações aritméticas. As cinco categorias principais que esta autora apresenta são: contar para a frente e para trás, usar dobros e/ou metades, usar o valor de posição, ajustar e compensar e usar partições de números. Dentro de cada categoria a autora ainda faz uma subdivisão de 21 subcategorias que associa, sempre que é possível, a estudos de estratégias de cálculo realizados por outros autores.

Para esta autora é tão importante analisar e descrever as estratégias usadas pelos alunos, como também é fundamental que os professores recorram a estas estratégias, utilizando-as na sala de aula.

Apresento, na tabela 1, uma análise comparativa das categorias das estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão, de acordo com os autores referidos anteriormente.

Tabela 1- Análise comparativa das categorizações das estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão (adaptado de Mendes, 2012)

Autores	**Ambrose, Baek e Carpenter (2003)**	**Heirdsfield, Cooper, Mulligan e Irons (1999)**	**Hartnett (2007)**
Categorias	Trabalhar com um grupo de cada vez	Estratégias de contagem	Contar para a frente e para trás
		Uso de factos Básicos	
	Não decompor o dividendo	Estratégias holísticas	Usar dobros e/ou metades
	Estratégias de construção		Usar o valor de posição
			Ajustar e compensar
	Decompor o dividendo	Decompor os números segundo o valor de posição e calcular da direita para a esquerda	Usar partições de números
		Decompor os números segundo o valor de posição e calcular da esquerda para a direita	

No PMEB (2007) refere-se ainda que os alunos podem usar uma estratégia que implica "simplificar os termos de uma divisão para obter o quociente: 24:4=12:2=6:1=6" (p. 18). Como também, podem empregar a estratégia da subtração sucessiva, na qual "o utilizador trabalha com o dividendo e o divisor sem os decompor e recorre a múltiplos conhecidos do divisor" (Loureiro, 2004, p. 27). Por exemplo:

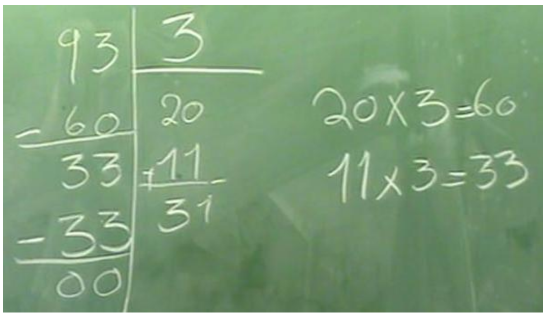


Figura 4 - Procedimento usado por um aluno numa tarefa de divisão, (Mendes, 2012, p. 412)

O aluno recorre ao número 20 [múltiplo de 10], que ao multiplicar pelo divisor, se aproxima do dividendo, 20x3= 60. Realiza seguidamente uma subtração entre o dividendo e o resultado anterior. Depois utiliza o número 11 no quociente de forma a subtrair o seu resultado ao 33, dando resto 0.

Associadas às estratégias está o recurso ao modelo retangular. Mendes (2012) revela que os alunos recorrem ao modelo retangular, outra forma de resolver tarefas de divisão, através do qual se reduzem as diferenças entre as tarefas de divisão por partilha e divisão por medida. O uso deste modelo auxilia a compreensão da relação da divisão enquanto operação inversa da multiplicação. (Mendes, 2012; NCTM, 2008; PMEB, 2007; Rocha & Menino, 2008). Por exemplo:

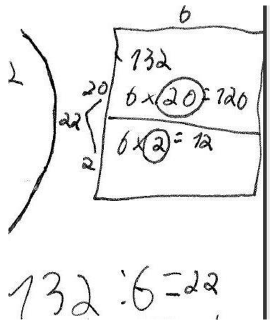


Figura 5 - Procedimento usado por um aluno numa tarefa de divisão (Mendes, 2012, p. 357)

Aqui o aluno procurou um número que ao multiplicar por seis fosse igual ou próximo de 132. Evidencia, assim o seu conhecimento dos múltiplos de 10, ou seja 6x20.

É importante que os alunos tenham oportunidade de construir as suas estratégias de resolução de tarefas, pois devem "familiarizarem-se com estas ou outras estratégias, reflectindo sobre o modo como resolvem um dado problema" (Ponte & Serrazina, 2000, p. 55). Para os autores das NCTM (2008), é essencial que os alunos possam discutir e analisar as diferentes maneiras de resolução. Este momento permite pensar acerca das diversas estratégias apresentadas pela turma e ajuda-os a compreender melhor as ideias da Matemática, como também a se aperceberem que não existe uma única maneira de resolver uma tarefa de

Matemática. Por isso, é relevante "encorajar os alunos a partilhar as estratégias que desenvolvem, por meio de discussão de turma. Os alunos podem desenvolver e aperfeiçoar as estratégias ao escutar as descrições dos raciocínios com combinações numéricas efectuadas pelos colegas" (NCTM, 2008, p. 97).

Quanto à utilização de estratégias aditivas e subtrativas, segundo Treffers e Buys, (2001) citado por Rocha, Rodrigues e Menino (2007) vão sendo substituídas por estratégias multiplicativas, uma vez que os alunos identifiquem e compreendem a relação entre a multiplicação e a divisão.

2.3.5 As dificuldades dos alunos associadas à divisão

Vários autores associam a operação divisão e a sua aprendizagem a dificuldades dos alunos. Por exemplo, Mendes (2013, p. 6) refere que a "operação divisão e a sua aprendizagem é frequentemente associada a dificuldades por parte dos alunos. Os próprios professores do 1.º e 2.º ciclo referem-se a esta operação como a mais difícil de ensinar aos seus alunos". Além disso, as dificuldades que surgem associadas a esta operação, de acordo com alguns autores, advêm da preocupação de mecanizarem o algoritmo e de um conjunto de fases pouco significativas para os alunos e que não contribuem para a sua compreensão do conceito de divisão (Ferreira, 2005; Mendes, 2013).

Referindo-se ao algoritmo da divisão, Ferreira (2005) menciona que a sua mecanização dificulta a compreensão e a operacionalização da operação divisão, uma vez que o excessivo foco no algoritmo não "oferece" estratégias alternativas aos alunos para resolverem problemas que envolvem esta operação.

A aprendizagem da divisão requer um caminho gradual e inclui vários procedimentos que ajudam os alunos a compreenderem esta operação. Estes procedimentos passam, entre outros, pelo entendimento das outras operações, adição, subtração e multiplicação (Jesus, 2005). Deste modo, se os alunos não entenderem o sentido das operações e o modo como elas se relacionam entre si e com a divisão, podem ter dificuldades na compreensão desta operação.

De modo a evitar as dificuldades associadas à compreensão da operação divisão, há autores que realçam a sua aprendizagem em articulação com a operação multiplicação (Mendes, 2012).Para Rocha e Menino (2008, p. 183) "a aprendizagem da divisão deve ser feita em estreita relação com a aprendizagem da multiplicação", evidenciando que a divisão é a operação inversa da multiplicação. Assim, o aluno deve compreender a estreita ligação entre estas duas operações, "uma vez que a divisão é a operação inversa da multiplicação, os alunos podem recorrer às combinações da multiplicação para aprenderem as da divisão" (NCTM, 2008, p. 177), tal como está referido nos objetivos específicos do 3.º e 4.º ano.

O NCTM (2008, p. 176) faz ainda referência que "ao considerarem a relação inversa entre a multiplicação e a divisão, os alunos poderão ampliar a sua compreensão destas duas operações" e, assim, não terem dificuldades em resolver problemas com contexto de divisão.

É importante que os alunos tenham consciência sobre a relação inversa entre estas duas operações, pois assim podem recorrer a cálculos multiplicativos na resolução de problemas que com contexto de divisão. Contudo, muitos dos alunos quando resolvem problemas de divisão ainda têm dificuldades em multiplicar, mais concretamente na memorização e uso de produtos da tabuada. Para Brocardo, Delgado e Mendes (2007, p.14) "na aprendizagem das tabuadas são percorridas diferentes etapas que passam pela construção do conceito, o cálculo inteligente e flexível e a memorização completa das tabuadas mais importantes". Ora, se um aluno tiver dificuldades na aprendizagem das tabuadas este facto pode constituir um obstáculo para efetuar cálculos multiplicativos necessários para resolver problemas de divisão.

Jesus (2005) no seu estudo sobre a aprendizagem da divisão concluiu que "a compreensão das operações, adição, subtracção e multiplicação, parecem ter sido decisivas para a apropriação de um novo conhecimento, designadamente a divisão" (p. 107). Deste modo, os alunos superam as suas dificuldades com os cálculos de divisão, tendo um bom conhecimento das outras operações, em particular da multiplicação.

Capítulo 3

Metodologia

Neste capítulo descrevo e justifico as opções metodológicas que adotei nesta investigação, bem como as suas principais caraterísticas, o contexto e os seus participantes, os instrumentos de recolha de dados e, por fim, os processos de recolha e análise de dados.

3.1. Opções metodológicas

Tendo em conta a questão de partida e a especificidade do contexto educativo, optei por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa. Pretendo analisar e compreender o modo como os alunos resolvem tarefas de divisão, tentando identificar as estratégias que usam e as dificuldades que manifestam.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47- 50) a investigação qualitativa possui cinco características, sendo elas: "a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal" (…) é descritiva (…) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (…) tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (…) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa". Por outras palavras, na investigação qualitativa é o investigador que recolhe os dados, descreve-os e analisa-os, com o intuito de compreender todo o processo, dando assim um sentido ao estudo que realiza.

De acordo com os autores anteriores "a abordagem da investigação qualitativa exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permite estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo" (idem, p. 49). Por isso, a investigação qualitativa é um processo de observação em que se descreve e analisa situações concretas no seu ambiente natural.

No mesmo sentido, Bell (1997) refere que a investigação qualitativa é reconhecida como um método em que os investigadores "estão mais interessados em compreender as percepções individuais do mundo" (p. 20).

Referindo-se também à investigação qualitativa Afonso, (2005, p. 14) afirma que "a investigação qualitativa preocupa-se com a recolha de informação fiável e sistemática sobre aspectos específicos da realidade social usando procedimentos empíricos com o intuito de gerar e inter-relacionar conceitos que permitem interpretar essa realidade". Assim, o investigador tem um papel essencial para o estudo, visto que é através do seu "olhar" e da sua reflexão que promove materiais e técnicas que melhoram as práticas pedagógicas da sala de aula, contribuindo para a compreensão dos conteúdos educativos por parte dos alunos.

Na investigação qualitativa as notas de campo, inquéritos, entrevistas, entre outros. Outro aspeto que o investigador tem de conhecer é as teorias, os conceitos e as técnicas para fundamentar os procedimentos que conferem a validade da questão.

É a partir da observação que damos início à recolha de dados. Tive sempre a preocupação em realizar as observações na perspetiva do investigador, que descreve o que observa diretamente sobre o problema em estudo.

Para os estudantes na área da educação, é importante "treinar" o olhar, pois como futuros educadores e professores a observação será uma ferramenta que nos auxiliará a intervir no contexto real, de modo fundamentado. Para Máximo - Esteves (1994, p. 26) "o professor deverá ser formado através da investigação, não só para desenvolver a atitude experimental exigida pela sua prática quotidiana, como para poder integrar nela os resultados da investigação. Para ter pleno acesso aos resultados da investigação, o professor terá de dominar a terminologia e os processos que a investigação utiliza".

Arends (1995) defende que os professores e educadores envolvem-se num questionamento crítico e reflexivo sobre o processo de ensino, acabando por estudar a sua prática educativa.

Durante o período em que os alunos resolviam as tarefas fui analisando o seu desenvolvimento, com o intuito de perceber as suas dificuldades, e a propor-lhes tarefas que gradualmente fossem mais exigentes, de modo a desafiá-los mentalmente.

3.2. Contexto e participantes

Este projeto de investigação foi desenvolvido em contexto de estágio, durante 10 semanas, numa Escola Básica do 1.º Ciclo, sediada na freguesia da Quinta do Conde, distrito de Setúbal.

3.2.1. Caracterização do contexto do estudo[1]

A freguesia da Quinta do Conde situa-se no extremo nordeste do município de Sesimbra, rodeada pelos concelhos de Setúbal, Palmela, Barreiro e Seixal, com uma área de 1438 hectares.

O nome Quinta do Conde surge porque, antes de ser arrendada pelos Condes de Atouguia, era uma quinta pertencente ao Mosteiro de S. Vicente de Fora.

Do final do séc. XVIII até à primeira metade do Séc. XIX houve instabilidade política, o que levou à retirada do poder da Igreja. Em 1934 foi decretada a extinção das ordens religiosas e a nacionalização dos seus bens. Deste modo, a

[1] Informação foi retirada dos sites: Junta de Freguesia da Quinta do Conde e da escola onde estagiei.

Quinta do Conde passou a ser propriedade do Estado, que a colocou para a venda em hasta pública.

Foi arrematada por José António da Fonseca, para o seu filho, o conhecido, pelo moscatel de Setúbal, José Maria da Fonseca.

Em 1979, a Assembleia da República decretou a criação da Freguesia Quinta do Conde, mas só em 1985 se concretizou. A elevação a vila foi decretada pela Assembleia da República, em 21 de Junho de 1995.

O primeiro passo na resposta aos anseios da população residente foi a elaboração e posterior aprovação de um plano de urbanização.

Segundo o XIV Recenseamento Geral da População, a Quinta do Conde foi a freguesia que registou, em termos relativos, o crescimento demográfico mais acelerado do país. A população passou de 7958 residentes, em 1991, para 16389 em 2001, tendo *a*tualmente 30 mil habitantes.

O crescimento e o desenvolvimento da localidade transformaram-na no centro aglutinador da região, tanto no sector comercial como na prestação de serviços. O desenvolvimento referido deveu-se em parte à iniciativa municipal, através da abertura de uma delegação municipal no início da década de oitenta, com a construção da rede de distribuição de água, da rede de saneamento e tratamento de resíduos, da rede de arruamentos asfaltados, na edificação de escolas, do Mercado Municipal, do Pavilhão Gimnodesportivo, do Anfiteatro da Boa Água, do Cemitério Municipal, do Parque da Vila (o maior espaço verde tratado do concelho) e de inúmeras áreas verdes de menor dimensão.

Perante a evolução demográfica da freguesia da Quinta do Conde e a nova estruturação das escolas, em julho de 2009 foi criado o Agrupamento onde realizei o meu estágio.

Este agrupamento é constituído por 4 escolas, organizadas por níveis de ensino, tal como apresento na tabela 2.

Tabela 2 – Descrição dos níveis de ensino e do número de turmas e alunos por escola no ano letivo 2012/2013.

Escolas	Níveis de ensino	Nº de turmas/alunos
Escola 1	1.º Ciclo	8 turmas (192 alunos)

	2.º Ciclo	11 turmas (253 alunos)
	3.º Ciclo	16 turmas (389 alunos)
	CEF	1 turma (20 alunos)
Jardim de Infância 2	Pré-escolar	4 turmas (96 alunos)
Escola 3	Pré- escolar	5 turmas(110 alunos)
	1.º Ciclo	12 turmas (288 alunos)
Escola 4	1.º Ciclo	5 turmas (104 alunos)

Na globalidade, existem 70 elementos pertencentes ao grupo docente e 44 ao não docente.

A escola sede do Agrupamento tem uma estrutura nova com vários espaços, nomeadamente: uma biblioteca com acesso à internet, bar, ginásio, campos de jogos, balneários, papelaria, cacifos para os alunos, espaços de jardim, coberturas para o abrigo da chuva, refeitório, sala de primeiros socorros, entre outros.

Observei que a escola tem uma dinâmica bastante interessante, pois nos intervalos existe sempre um professor a dar uma aula aberta. Por exemplo, no intervalo a meio da manhã e na hora de almoço podíamos presenciar aula de aeróbica, de ténis de mesa e de dança. Os alunos da sala onde estagiei frequentavam muitas vezes estas aulas.

3.2.2. Caracterização da turma

A turma do 4.º H é constituída por 26 alunos, dos quais 15 são raparigas e 11 são rapazes, com idades compreendidas entre os 9 e os 11 anos.

Dos 26 alunos, 25 são de nacionalidade portuguesa e uma romena, que domina muito bem a língua portuguesa.

Segundo informações prestadas pela professora titular da turma, existe apenas uma aluna com plano de recuperação e dois alunos com dificuldades ao nível das atitudes e comportamentos, tal como está mencionado no projeto curricular de turma. Além destes, existe um aluno diagnosticado com hiperatividade, motivo que o leva a comparecer medicado na sala de aula.

Ao nível do meio socioeconómico, a maioria dos alunos provém de escalões designados médios e médios-baixos. Existe apenas uma situação identificada da aluna de uma aluna, que se encontra no limiar da pobreza e, por isso, a professora titular de turma já entregou relatórios à assistente social da área de residência. Muitas vezes é a escola, em conjunto com a professora, que fornece o pequeno-almoço à aluna, pois esta chega à escola sem o ter tomado.

Quanto às atitudes, face às atividades que propus em aula, posso mencionar que a maioria dos alunos, embora conversadores, manifestaram interesse, empenho na sua realização, sendo considerados participativos e colaborantes.

A turma, em geral, gosta de desafios, de atividades/tarefas de descoberta e evidenciam um especial interesse nas áreas do Estudo do Meio e na Matemática.

Os alunos estão envolvidos em bastantes atividades, tais como: Ginásio de Matemática, o projeto Cornomeu e Julianeta, coordenado pela professora da biblioteca e por um aluno do 8.º ano, entre outros.

Como a sala de aula não tem computador nem internet, a professora e os alunos todas as sextas-feiras trazem o seu computador para a aula, a qual é direcionada para as Tecnologias de Informação e Comunicação. Nessa altura, os alunos podem explorar os programas do Office, tais como: processador de texto, Power Point, jogos que estejam instalados, Paint, Geogebra, entre outros. Infelizmente, não têm acesso à internet na sala de aula e, por isso a professora reserva os computadores e o projetor da biblioteca para ultrapassar a lacuna.

3.2.3 Os quatro alunos selecionados da turma

Como referi anteriormente a turma tem 26 alunos, por isso criei critérios de escolha para analisar apenas 4 alunos, a Beatriz C., o Pedro, o João e o Diogo. Deste modo e, com a orientação da professora cooperante e a partir das minhas observações estabeleci os seguintes critérios: os alunos mais participativos e bons informantes.

A Beatriz C. é uma menina que parece revelar uma certa insegurança nas suas aprendizagens. Questiona sempre a professora se é assim que se faz ou então se está correta a sua resolução. Contudo, mostra interesse e gosto por aprender.

Pedro é um aluno que gosta de Matemática e por isso manifesta interesse por resolver problemas que o desafia mentalmente. Gosta também, de partilhar as suas resoluções com os colegas e prefere trabalhar em grupo. É um menino muito comunicativo e sempre que tem dúvidas recorre à professora.

O João é um aluno com sucesso em todas as áreas curriculares. Na área da Matemática, consegue resolver sozinho a maioria das tarefas. Parece que este sucesso advém da sua dedicação ao estudo, pois é um aluno muito dedicado e participativo no âmbito da sala de aula. É um aluno confiante nos seus conhecimentos de Matemática e gosta de apresentar aos colegas e à professora as suas resoluções.

O Diogo é um aluno com muita facilidade em aprender conceitos matemáticos e gosta dos desafios que esta área proporciona. É muito confiante nos seus conhecimentos e gosta de apresentar à turma como é "fácil" resolver um problema de Matemática.

3.3. Principais instrumentos de recolha de dados

A escolha dos instrumentos de recolha de dados deve depender da natureza da investigação em estudo. Para Bell (1993, p. 88) "o instrumento é apenas a ferramenta que lhe permite recolher informação, mas é importante que selecione a ferramenta mais apropriada". Deste modo recorri a vários instrumentos de recolha de informação que identifico e justifico em seguida:

3.3.1. Observação participante

A observação participante foi o ponto de partida do meu trabalho de investigação. Esta fonte de recolha de dados foi essencial para a minha ação no estágio, pois tive que desenvolver competências que me permitissem recolher informação, ao mesmo tempo que participava e orientava as aprendizagens dos alunos.

Segundo Nisbet (1977) citado por Bell (1997, p. 140) "o investigador-professor, ou estudante que trabalhe sozinho pode ser comparado a uma equipa de investigadores quando se dedica pessoalmente à observação e análise de casos individuais", no entanto observar e participar numa aula não é uma tarefa fácil. É necessário treinar o olhar para "identificar acontecimentos significativos" (idem).

A observação participante possibilita ao observador recorrer aos seus conhecimentos prévios, bem como à experiência pessoal, de modo a que oriente o processo de análise e compreensão dos acontecimentos estudados (Ludke & André, 1986). Assim, as minhas primeiras observações foram "um pouco de fora, esperando que [os alunos] observem e aceitem", tal como afirma Bogdan e Biklen (1994, p. 125). À medida que o tempo e as relações se desenvolveram comecei a participar e orientar as atividades para a minha investigação. Para Denzin (1978) citado por Ludke & André (1986, p. 28) " a observação participante é uma estratégia de campo que combina simultaneamente a análise documental, a entrevista de respondentes e informantes, a participação direta e a introspecção".

Bell (1997, p. 141) refere que "cada observador terá o seu foco particular de atenção e interpretará os acontecimentos significativos à sua maneira". No entanto, é importante refletirmos sobre e na ação, para que a analise seja isenta de opiniões pessoais.

De acordo com Cohen e Manion (1989) citado por Bell (1997, p. 142) " os testemunhos que emergem tipicamente da observação participante são muitas vezes considerados subjectivos, parciais, impressionistas, idiossincráticos, e carecem de medidas quantificáveis precisas que são características da pesquisa e da experimentação". No seguimento desta afirmação, a observação participante tem uma conotação de inferência da ação dos alunos pelo observador. Contudo, na ação entre o aluno e o observador não devem existir obstáculos, pois observa-se o momento real. Para Bogdan e Biklen (1994), o observador participante deve ser discreto, para que esses momentos reais sejam os mais naturais e fidedignos possíveis, evitando assim a alteração do contexto e das atitudes dos participantes.

Os autores supramencionados referem, ainda que devemos evitar "andar sempre de papel e lápis na mão, embora quando necessário possa fazer rapidamente um rascunho" (Bogdan &Biklen, 1994, p. 130). Então, optei por recorrer ao registo audiovisual, para que cada intervenção fosse gravada "de uma forma adequada, de modo que depois do acontecimento a análise seja rápida e fácil" (Bell, 1997, p. 144). O recurso à gravação de vídeo complementa a observação participante, visto que há momentos que estamos a intervir e não conseguimos registar tudo o que é dito. Além disso, houve momentos, em que tive necessidade de escrever aquilo que os alunos diziam, de forma a poder analisar e refletir posteriormente. Este registo escrito, segundo Bogdan &Biklen (1994) são as notas de campo.

As notas de campo são "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (Bogdan &Biklen, 1994, p. 150).

Brunaford (2001) mencionado por Máximo-Esteves (2008, p. 91) "refere a existência de grupos de professores-investigadores que utilizam a análise de vídeos como fonte primária para sua investigação e comunicação da mesma", o que não é o caso desta investigação.

3.3.2. Conversas informais

Paralelamente à observação participante está a conversa informal. De acordo com este projeto era adequado que, durante as tarefas apresentadas pelo observador fossem colocadas questões, de modo a que o aluno explicasse o seu raciocínio, como também questões que suscitassem uma reflexão do modo como resolviam os problemas. Na opinião de Patton (2002, p. 342) "a entrevista de conversação oferece uma maior flexibilidade para procurar informação em qualquer direção, dependendo do que emerge da observação de uma determinada configuração ou de falar com um ou mais indivíduos”.

Para Máximo-Esteves (2008) as conversas informais, apesar de terem uma intencionalidade, baseiam-se numa situação informal, ou seja no dia-a-dia do professor. São diálogos/entrevistas que não apresentam uma estrutura formal, em que o professor através de questões analisa o aluno no seu percurso de aprendizagem.

3.3.3. Recolha documental

A recolha documental está relacionada com o estudo dos documentos fornecidos pela professora cooperante, tais como: o Projeto Curricular de Turma (PCT) e o Projeto Educativo do Agrupamento (PEA), assim como as produções dos alunos.

Estes documentos fornecem informação, sobre o trabalho efetuado pela escola, pela professora titular da turma e pelos alunos. Como no relatório de estágio temos de referir o contexto no qual os alunos se encontram inseridos, o nível socioeconómico dos encarregados de educação e a estrutura da escola, os documentos acima referidos são essenciais para uma observação mais credível sobre os alunos e sobre os encarregados de educação.

Relativamente às produções dos alunos, realizadas durante o estágio, tive a preocupação de recolher todo o material elaborado por eles, durante a exploração das tarefas propostas. Deste modo, as tarefas propostas em sala de aula foram resolvidas pelos alunos, apresentadas e discutidas pela turma.

Os documentos recolhidos foram objeto de análise, contribuindo assim, para a elaboração da presente investigação e o aprofundar dos conhecimentos sobre a divisão.

A tabela 3 apresenta, resumidamente, os métodos, as fontes de recolha e a forma de registo de dados.

Tabela 3 - Métodos, fontes de recolha e formas de registo (Adaptado de Mendes, 2012)

Métodos	Fontes de recolha	Forma de registo
Observação participante	Aulas Professora titular	Notas de campo Registo audiovisual
Conversas informais	Alunos Professora titular	
Recolha documental	Alunos Professora titular	Material fornecido pela professora: Projeto Curricular de Turma (PCT) e Projeto Educativo do Agrupamento (PEA). Produções dos alunos associados à resolução das tarefas.

3.4. Processo de recolha de dados

A recolha de dados ocorreu entre 22 de outubro a 4 de dezembro de 2012. A minha instituição de ensino (Escola Superior de Educação de Setúbal) selecionou o local, onde realizei o estágio. Antes de iniciá-lo, desloquei-me à escola para conhecer as instalações e o grupo de trabalho (professora e alunos).

A semana de 22 a 26 de outubro destinou-se à observação da turma, de modo a conhecer as rotinas de trabalho dos alunos e da professora cooperante. Além disso, como já tinha uma ideia inicial do tipo de investigação que queria realizar, observei a turma quanto ao seu desempenho na resolução de tarefas de divisão.

Ao verificar as dificuldades sentidas pelos alunos, propus à minha orientadora de estágio, bem como à professora cooperante, a natureza da minha investigação, mencionando os procedimentos que iria adotar na sala de aula.

Deste modo, redigi autorizações necessárias para obter a permissão dos encarregados de educação, de modo a proceder a registos audiovisuais, notas de campo e observações dos alunos da turma em investigação.

Nas semanas seguintes, estagiei apenas três dias por semana (segunda, terça, e quarta-feira), sendo que nos restantes dias reuni-me com a minha orientadora de estágio e do relatório de investigação, professora Fátima Mendes. Nestes dois dias tinha a possibilidade de planificar as tarefas e os trabalhos que iria realizar com a minha colega de estágio.

Entretanto, identifiquei e organizei algumas sequências de tarefas e subtarefas que foram implementadas na sala de aula. Com a implementação destas tarefas pretendi compreender como é que os alunos resolvem tarefas relacionadas com a aprendizagem da divisão e quais são as suas dificuldades.

No meu entender, as tarefas e subtarefas são pontos de partida que desafiam intelectualmente os alunos para aprender um conceito de matemática.

No início da intervenção propus aos alunos a resolução de uma tarefa com três questões, duas delas relacionadas com a multiplicação e outra com a divisão. Após a sua resolução, por parte dos alunos, recolhi as tarefas e analisei os dados.

A partir deste momento apresentei todos os dias, um conjunto de tarefas, que os alunos resolviam individualmente ou a pares. No final, alguns explicavam no quadro como tinham resolvido a tarefa.

Todas as tarefas realizadas na sala de aula foram exaustivamente recolhidas, de modo a serem analisadas.

Na tabela 4 apresento uma síntese cronológica do processo de recolha de dados. Não mencionarei as reuniões com a professora cooperante, uma vez que considero que estão inseridas nas conversas informais. Deste modo, apenas faço referência às aulas observadas e àquelas em que ocorreu a recolha documental.

Tabela 4 - Síntese cronológica do processo de recolha de dados

	Observação participante	**Recolha documental**
Mês / Ano	Dias	
	Aulas observadas	PCT e PEA / Alunos
Outubro 2012	22 a 26 29 a 31	30
Novembro 2012	5 a 7	12,13, 19, 20, 26, 27, 28,

	12 a 14 19 a 21 26 a 28	
Dezembro 2012	3 a 5 10 a 12	3, 4

3.5. Processo de análise de dados

No processo de análise de dados existem dois momentos distintos: a análise do trabalho efetuado na sala de aula e a análise integral das produções dos alunos.

A análise do primeiro momento permitiu-me adequar e alterar alguns procedimentos relacionados com a minha abordagem, no que diz respeito ao ensino da divisão e à aprendizagem da mesma, por parte dos alunos. Além disso, foi importante refletir sobre as minhas intervenções na sala de aula, de modo a melhorar a minha prática. Neste sentido, procurei organizar as tarefas de divisão, de modo a que os alunos traçassem uma trajetória coerente, respeitando um dos requisitos que defini, ou seja, o grau de dificuldade das tarefas de divisão.

No que diz respeito à análise integral das produções escritas dos alunos, esta teve como objetivo organizar, interpretar, refletir e atribuir um significado às produções dos alunos. Nesta investigação foi importante observar as estratégias utilizadas na resolução das tarefas que envolvem a divisão, considerando o objetivo do estudo. Por isso, todos os documentos produzidos pelos alunos foram alvo de análise.

Assim, iniciei o processo de análise com uma leitura extensiva das resoluções dos alunos, bem como a partir do visionamento das gravações de cada tarefa, o que me permitiu confrontar as estratégias com a revisão da literatura. A revisão da literatura possibilitou-me perceber se as tarefas propostas eram adequadas àquela turma e ao ano de escolaridade, uma vez que a minha investigação analisa as estratégias utilizadas pelos alunos do 4.º ano.

Após terminar o estágio, compilei todas as produções dos alunos e as gravações audiovisuais por tarefa, para que a análise dos dados fosse, para mim, mais organizada. Analisei cada tarefa acompanhada das gravações e das notas de campo, de modo a recolher informação das resoluções das tarefas de divisão de cada aluno.

Devido à grande quantidade de material recolhido, optei por analisar apenas as tarefas 1, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12 e 13, excluindo a tarefa 2, 5 e 7 que são referentes ao cálculo em cadeia. O cálculo em cadeia foi apenas um meio para que os alunos construíssem uma relação de cálculo entre a multiplicação e a divisão, uma vez que são operações inversas. As estratégias de cálculo em cadeia possibilitam aos alunos pensarem e observarem as várias maneiras de calcular uma dada expressão.

Segundo Fosnot e Dolk, (2001) as cadeias numéricas [num contexto matemático] têm como objetivo desenvolver nos alunos um cálculo mental, associado a propriedades dos números e das operações. A estrutura da cadeia possibilita que o aluno consiga relacionar os números e a operação da linha (s) anterior (es), de forma a resolver mentalmente e eficientemente.

Ao nível de organização de grupos de tarefas, apresento seguidamente a tabela 5 que descrimina as tarefas e as subtarefas.

Tabela 5 - Organização dos grupos e dos dias de implementação das tarefas e das subtarefas

Grupo de tarefas	Sequências	Tarefas	Subtarefas	Data da implementação
Tarefas de multiplicação e divisão com números naturais	Sequência 1	Tarefa 1- Pilhas de caixas	Subtarefas- 1,2,e 3	12/11/2012
		Tarefa 2- Calcular em cadeia 1		13/11/2012
Tarefas de divisão com números naturais	Sequência 2	Tarefa 3- Colecionar cartas	Subtarefas- 1 e 2	19/11/2012
		Tarefa 4 – Máquina de Bebidas	Subtarefas- 1 e 2	20/11/2012
		Tarefa 5 – Calcular em cadeia 2		21/11/2012
	Sequência 3	Tarefa 6 – Outra Máquina de Bebidas	Subtarefas- 1, 2	26/11/2012
		Tarefa 7 – Calcular em cadeia 3		27/11/2012
		Tarefa 8 – Tarefas e mais tarefas	Subtarefas- 1, 2,3 e 4	27/11/2012
		Tarefa 9 – Miniaturas de animais	Subtarefa 1	28/11/2012
	Sequência 4	Tarefa 10 – Carteirinha de cromos	Subtarefas- 1 e 2	3/12/2012
		Tarefa 11- Jogo de consola	Subtarefas- 1	3/12/2012
		Tarefa 12 – Festa de anos	Subtarefas- 1, 2 e 3	4/12/2012
		Tarefa 13 - Puzzles	Subtarefas - 1 e 2	4/12/2012

Segundo Bardin (2000, p. 14) a análise de conteúdo está, também relacionada com uma “atitude interpretativa”, o que significa que ao analisar a resolução das tarefas de divisão faço uma interpretação das produções dos alunos quanto às estratégias utilizadas.

Para Máximo-Esteves (2008, p. 103) “as interpretações iniciais permitem uma compreensão gradual, uma reflexão progressiva sobre as configurações que vão emergindo em torno das questões de partida, o que origina um movimento de vaivém entre os novos dados que vão sendo coligidos e as posteriores interpretações dos mesmos”, ou seja perante a questão de partida o investigador inicia um processo de interpretação e reflexão a partir dos dados recolhidos.

Afonso (2005, p. 116) menciona que “quando os dados são organizados e apresentados num registo interpretativo, a tónica do tratamento da informação centra-se na construção de significado […]”. Assim, ao analisar as produções e tentar caracterizaras estratégias que os alunos usam, construo um significado associado ao seu conhecimento sobre a divisão.

Ainda assim, a análise realizada e as conclusões que dai decorrem são específicas da turma em que foi realizado o estudo. Tal como refere Máximo-Esteves:

> "os resultados da investigação são válidos naquele contexto e permitem compreender ou explicar apenas o que acontece naquele lugar e naquele tempo. Têm, todavia, utilidade e importância, na medida em que aumentam o conhecimento e a compreensão do professor acerca do seu contexto de trabalho […]"(2008, p. 104).

Capítulo 4

Proposta de intervenção

Neste capítulo apresento e caracterizo as tarefas que foram selecionadas para a concretização deste estudo, identificando também os seus objetivos para a aprendizagem da divisão. As tarefas estão organizadas de acordo com a sua apresentação em sala de aula, respeitando uma sequência que possibilita a construção do conhecimento da divisão. Por fim, descrevo o modo como as tarefas foram preparadas, exploradas e discutidas na sala de aula.

4.1 Sequências das tarefas concretizadas

Considerando a temática sobre a aprendizagem da divisão foram propostas 13 tarefas (Anexo I) na sala de aula, num período de 10 aulas.

O conjunto de tarefas selecionadas para este estudo teve como base os seguintes documentos:

- O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007),em vigor no ano letivo 2012/2013;

- A tese de doutoramento “A aprendizagem da multiplicação numa prespectiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1º Ciclo” de Mendes (2012);

- As Normas para a Matemática escolar do NCTM (NCTM,2008);

- Os documentos elaborados pela Equipa do Projeto de Desenvolvendo o Sentido do Número em 2007;

- Os materiais elaborados pela equipa ESE/IPS do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (PFCMP 1.º e 2.º CEB, 2010/2011).

Passo a descrever as tarefas que propus aos alunos do 4.º ano recorrendo a tabelas, que identificam sumariamente o nome da tarefa, a data em que foram realizadas pelos alunos, as grandes ideias a desenvolver, as estratégias que os alunos podem utilizar na sua resolução e o seu contexto.

Uma vez que as cadeias numéricas também foram propostas aos alunos de acordo com uma sequência, incluo-as neste capítulo. Contudo, dada a sua especificidade, não serão analisadas as estratégias dos alunos que decorrem da sua resolução.

4.1.1 Sequência 1

A primeira sequência teve como grande objetivo fazer um diagnóstico à turma. Uma vez que a aprendizagem da divisão se relaciona diretamente com a multiplicação, o objetivo destas tarefas foi identificar os conhecimentos dos alunos sobre a multiplicação e da divisão. Na semana de observação verifiquei que muitos alunos mostravam e verbalizavam dificuldades em resolver tarefas que envolviam a divisão.

Tabela 6 – Grandes ideias, estratégias e contexto da tarefa 1 – Pilhas de caixas e Cadeias numéricas 1

Sequência 1

Tarefas **Datas que foram exploradas**	Grandes ideias a desenvolver	Estratégias que podem ser usados	Contexto
Tarefa 1 Pilhas de caixas 12 /11/2012 (Mendes, 2012)	A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição; As propriedades comutativa e associativa da multiplicação; Multiplicação como operação inversa da divisão;	Recorrer ou não à imagem da tarefa; Recorrer ou não à disposição retangular; Usar a decomposição de um dos fatores; Usar números de referência; Recorrer à relação de dobro; Recorrer à relação de dobro/metade; Recorrer ao algoritmo usual da multiplicação; Recorrer ao método da gelosia; Recorrer ao algoritmo da divisão; Relacionar os diferentes produtos usados nas diversas subtarefas;	Figuras que sugerem a disposição retangular; Múltiplos de 5 e 10; Produtos da ordem das centenas e dos milhares;
Tarefa 2 Cadeias Numéricas 1 13/11/2012 (Mendes, 2012)	A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração; As propriedades comutativa e associativa da multiplicação;	Usar múltiplos de 5 e de 10; Usar produtos parciais; Usar dobros e metades;	Usar os números e algumas das relações das tarefas anteriores

As tarefas 1 e 2 foram são da autoria de Mendes (2012) e têm como finalidade a construção de estratégias multiplicativas, recorrendo a números com dois algarismos.

As três subtarefas incluídas na tarefa Pilhas de caixas apresentam todas imagens associadas à disposição retangular que permitem a sua utilização ou não, mas estratégias que os alunos constroem na sua resolução. Todas as subtarefas encontram-se articuladas entre si, possibilitando aos alunos recorrer a relações numéricas, nomeadamente de dobro e de dobro e metade.

A tarefa 2, calcular em cadeia, evidência as relações multiplicativas, permitindo que os alunos recorram a estratégias que têm subjacentes as propriedades da multiplicação. Além disso, esta tarefa tem como particularidade os números alguns deles os mesmos da tarefa anterior.

4.1.2 Sequência 2

Todas as tarefas da segunda sequência têm um contexto de divisão. O objetivo destas tarefas é identificar, nos alunos, os conhecimentos sobre a divisão e as estratégias de resolução.

Tal como a sequência anterior, as tarefas da sequência 2 são da autoria de Mendes (2012).

Tabela 7 – Grandes ideias, estratégias e contexto da tarefa 1 – Colecionar cartas, da tarefa 4 – Máquina de bebidas, e das Cadeias numéricas 2

Sequência 2			
Tarefas **Datas que foram exploradas**	Grandes ideias a desenvolver	Estratégias que podem ser usados	Contexto
Tarefa 3 **Colecionar cartas** **19/11/2012** **(Mendes, 2012)**	Sentidos da divisão: divisão por medida e partilha; Recorrer a outras operações para resolver uma tarefa de divisão; Relacionar a multiplicação com a divisão;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar a multiplicação e as suas propriedades para resolver tarefas de divisão; Usar produtos conhecidos; Usar o modelo retangular para modelar a divisão	Contextos de medida e partilha; Números naturais de referência menores que 100; Usar números inteiros de referência e as relações entre eles via multiplicação;
Tarefa 4 **Máquinas de bebidas** **20/11/2012** **(Mendes, 2012)**	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por medida e divisão por partilha; Recorrer às outras operações para resolver problemas de divisão e, em partilhar, relacionar a multiplicação com a divisão; Relacionar problemas entre si apesar de partirem de contextos diferentes;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar a multiplicação e as suas propriedades para resolver tarefas de divisão; Identificar os mesmos números em contextos diferentes; Usar a disposição retangular para modelar a divisão;	Usar os mesmos números em contextos diferentes números maiores que 100; Números de referência;
Tarefa 5 **Cadeias numéricas 2** **21/11/2012** **(Mendes, 2012)**	Relacionar a multiplicação com a divisão;	Realizar cálculos de divisão recorrendo à multiplicação e as suas propriedades; Usar o dobro e as metades;	Usar os mesmos números ou relacionados com as tarefas anteriores;

As tarefas 3 e 4 têm o contexto de divisão por medida e divisão por medida.

Na tarefa 4, Máquina de Bebidas, os números que são utilizados nos enunciados das subtarefas são os mesmos, o que possibilita observar se os alunos conseguem ou não relacionar este aspeto, e se usam o resultado da primeira subtarefa na resolução da segunda.

Por fim, apresento a cadeia numérica (tarefa 5), onde os alunos podem recorrer à relação entre a multiplicação e a divisão, para efetuar cálculos de divisão.

4.1.3 Sequência 3

Esta sequência é composta por quatro tarefas que possibilitam explorar a divisão nos seus sentidos de medida e partilha, tirando partido da relação com a multiplicação.

As tarefas 6 e 9 são da autoria de Mendes (2012), a tarefa 7 faz parte dos materiais do PFCMP 1.º e 2.º CEB e a tarefa 8 foi construída por mim.

Tabela 8 – Grandes ideias, estratégias e contexto da tarefa 6 – Outra Máquina de bebidas, da tarefa 7 – Cadeias numéricas 3, da tarefa 8 – Resolução de problemas e da tarefa 9 – Miniaturas de animais

Sequência 3

Tarefas Datas que foram exploradas	Grandes ideias a desenvolver	Estratégias que podem ser usados	Contexto
Tarefa 6 **Outra Máquina de Bebidas** **26/11/2012** **(Mendes, 2012)**	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por medida; Recorrer às outras operações para resolver tarefas de divisão e, em particular à multiplicação; Relacionar os contextos com as estratégias usadas; Usar múltiplos de 10,	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por medida; Recorrer às outras operações para resolver tarefas de divisão e, em particular à multiplicação; Usar produtos conhecidos; Usar múltiplos de 10; Usar a disposição retangular para modelar a divisão;	Contexto de divisão por medida; Usar números inteiros da ordem das centenas;
Tarefa 7 **Cadeias numéricas 3** **27/11/2012** **Equipa de Formadores do PFCM da ESE Setúbal**	Relacionar a multiplicação com a divisão; Utilizar estratégias de cálculo mental para a operação da divisão; Compreender os efeitos das operações sobre os números;	Efetuar cálculos de divisão recorrendo á multiplicação e suas propriedades; Usar o dobro e as metades;	Usar os números das expressões anteriores; Usar divisores maiores ou iguais a 10;
Tarefa 8 **Tarefas e mais tarefas** **27/11/2012**	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por partilha e medida;	Usar adição repetidas; Usar a subtração sucessiva; Usar a multiplicação, tirando partido da relação inversa entre a divisão e multiplicação; Usar múltiplos de 10; Usar a disposição retangular, para modelar a divisão;	Contexto de divisão por medida e partilha; Números envolvidos da ordem das centenas;
Tarefa 9 Miniaturas de animais **28/11/2012** **(Mendes, 2012)**	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão partilha; Recorrer à multiplicação para resolver tarefas de divisão; Relacionar tarefas entre si;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar a multiplicação e as suas propriedades; Usar a disposição retangular para modelar a divisão	Contexto de divisão por partilha; Números envolvidos da ordem das centenas;

A tarefa 6 apresentada na tabela 8 está relacionada com a sequência 2, uma vez que ambas têm um contexto de Máquina de Bebidas. Contudo, a tarefa 6 sugere o uso de embalagens de 6 garrafas para encher a máquina. Além disso, as embalagens estão arrumadas numa caixa com 10 embalagens, conforme apresenta a ilustração que acompanha o enunciado. Como a caixa tem 10 embalagens, espera-se que os alunos consigam usar os seus conhecimentos e percebam que podem trabalhar com múltiplos de 10, quando os cálculos envolvem números da ordem das centenas.

A tarefa 7 tem como objetivo explorar com os alunos estratégias de cálculo mental e escrito, tirando partido do conhecimento sobre a multiplicação para efetuar cálculos de divisão.

A tarefa 8 envolve os dois sentidos da divisão, ou seja partilha e medida. O seu objetivo é que os alunos consigam utilizar estratégias, recorrendo aos conhecimentos adquiridos nas subtarefas anteriores.

A última tarefa desta sequência tem um contexto de divisão por partilha. Nesta tarefa, os alunos antes de procederem aos cálculos, têm que analisar a questão do enunciado, ou seja, investigar se a partilha das miniaturas dos animais é justa, validando a sua conjetura através dos cálculos efetuados.

Tal como nas tarefas anteriores, espera-se que os alunos utilizem múltiplos de 10, uma vez que estão envolvidos números da ordem das centenas, calculando assim mais rapidamente o resultado.

4.1.4 Sequência 4

Esta sequência é constituída por um conjunto de quatro tarefas. As tarefas 10, 11 e 13 foram retiradas de uma compilação de tarefas organizadas pela equipa de professores da Escola Superior de Educação de Setúbal, no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.

A tarefa 12 foi adaptada dos materiais de “Desenvolvendo o Sentido do Número: perspectivas e exigências curriculares” editada pela Associação de Professores de Matemática.

Tabela 9 – Grandes ideias, estratégias e contexto da tarefa 10 – Carteirinhas de cromos, da tarefa 11 – Jogo de consola, da tarefa 12 – Festa de anos e da tarefa 13 – Puzzles

Sequência 4

Tarefas Datas que foram exploradas	Grandes ideias a desenvolver	Estratégias que podem ser usados	Contexto
Tarefa 10 **Carteirinha de cromos** 3/12/2012 Equipa de Formadores PFCM	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por medida; Relacionar os números e os resultados das subtarefas;	Usar adição repetidas; Usar a subtração sucessiva; Usar a multiplicação, tirando partido da relação inversa entre a divisão e multiplicação; Usar o dobro e a metade;	Contexto de divisão por medida; Carteiras de cromos de 3, 4 e 6
Tarefa 11 **Jogo de consola** 3/12/2012 Equipa de Formadores PFCM	Relacionar a multiplicação com a divisão; Divisão por medida; Recorrer às outras operações para resolver tarefas de divisão e, em particular à multiplicação;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar a multiplicação e as suas propriedades para resolver tarefas de divisão; Usar o algoritmo da divisão; Usar os múltiplos de 8;	Contexto divisão por medida; Múltiplos de 8;
Tarefa 12 **Festa de anos** 4/12/2012 Equipa do Projeto de DSN (2007)	Relacionar a relação entre a multiplicação e a divisão; As propriedades comutativa e associativa da multiplicação; Divisão por medida e partilha; Dar sentido ao resto, quando é diferente de zero;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar a multiplicação e as suas propriedades para resolver tarefas de divisão; Usar o algoritmo da divisão;	Contexto de divisão por medida e partilha; Dar sentido ao resto, na divisão;
Tarefa 13 **Puzzle** 4/12/2012 Equipa de Formadores PFCM	Relacionar a relação entre a multiplicação e a divisão; As propriedades comutativa e associativa da multiplicação; Divisão por medida e partilha;	Usar adições repetidas; Usar subtrações sucessivas; Usar os dobros e as metades; Usar a multiplicação e as suas propriedades para resolver tarefas de divisão; Decompor o divisor em fatores; Usar o algoritmo da divisão;	Contexto de divisão e medida; Números da ordem das centenas, maiores que 100;

As tarefas 10 e 11 têm o contexto de divisão por medida.

A tarefa 12 inclui problemas com os contextos de divisão por medida e partilha e é constituída por 3 subtarefas, sendo que a última apresenta duas questões.

A última tarefa proposta à turma é a tarefa 13 – Puzzles. Esta tarefa é constituída por 2 subtarefas, uma com contexto de divisão por medida e outra com contexto de partilha. A tarefa 13 tem a particularidade, de os números utilizados serem os mesmos nas duas subtarefas. Os números envolvidos nesta tarefa são da ordem das centenas.

4.2 A preparação das aulas das tarefas de divisão

Antes da minha intervenção na sala de aula pedi aos encarregados de educação uma autorização (Anexo II) assinada, para que fosse possível filmar os alunos enquanto participavam nas tarefas que propus.

As aulas foram planificadas e discutidas antecipadamente com a orientadora de estágio, com a professora cooperante e com a minha colega de estágio. Estas reuniões, formais e informais, foram essenciais para preparar todo o material necessário e para analisar a pertinência das tarefas, quanto à sua adequação aos alunos, ao estudo, e aos conteúdos relacionados com a divisão, já desenvolvidos pela professora cooperante.

No período de preparação das aulas, foram também antecipadas as estratégias que os alunos poderiam usar durante a resolução das tarefas, visto que é importante reconhecê-las, em sala de aula, de modo a organizar a sua discussão em grupo turma.

4.3 Aulas de tarefas de divisão

Esta investigação implicou a exploração de diversas tarefas com os alunos, em sala de aula. As aulas destinadas para a esta investigação, foram implementadas no período de estágio.

As aulas direcionadas para a exploração de tarefas de divisão foram organizadas em três fases distintas: (i) introdução da tarefa, (ii) a sua exploração e a (iii) discussão das estratégias, que apresento seguidamente:

i. Introdução da tarefa

No início da aula informava os alunos que deviam resolver as tarefas individualmente. Mencionava, também, a importância de os alunos registarem todos os cálculos na folha da tarefa, bem como de explicitarem o modo como pensaram. Este registo é fundamental para esta investigação, considerando o seu objetivo de caracterizar as estratégias usadas pelos alunos na resolução das tarefas.

Depois da explicação dada aos alunos sobre o trabalho a desenvolver, era distribuída a folha ou as folhas das subtarefas. Estas incluem os enunciados das tarefas e, na maioria, algumas imagens que pretendem apoiar os alunos nas suas resoluções que efetuam.

Cada folha das subtarefas tinha espaço suficiente para os alunos apresentarem as suas estratégias de cálculo e, caso fosse necessário, poderiam escrever no verso da folha.

No momento de apresentação das subtarefas, os alunos liam os enunciados individualmente. Eu apenas lia em voz alta quando surgiam algumas dúvidas na interpretação do enunciado. Constatei que apenas nos enunciados mais longos, os alunos me pediam para ler.

Após a leitura individual das subtarefas pelos alunos, havia um momento para esclarecer algumas dúvidas que surgissem. Só depois desse esclarecimento os alunos podiam iniciar a resolução das tarefas e subtarefas.

ii. Exploração da tarefa

Na maior parte das vezes, eram destinados cerca de 20 minutos para exploração da tarefa.

As tarefas propostas foram resolvidas de forma individual e autónoma. Ainda assim, durante a sua resolução alguns alunos trocaram impressões com os colegas de mesa, comparando as estratégias usadas e os resultados obtidos.

Caso algum aluno sentisse necessidade de uma explicação sobre aspetos gerais da subtarefa, esta era direcionada para mim. Esta abordagem permitia-me, também colocar questões pertinentes ao aluno, de forma a ajudá-lo a raciocinar sobre a tarefa e a sua resolução. Por exemplo um aluno questionou-me sobre a tarefa 1- Pilhas de caixas, pois não conseguia resolvê-la de acordo com o que lia no enunciado. Deste modo questionei o aluno sobre a imagem que acompanha o texto, colocando as questões seguintes: "*O que vês na imagem? Como estão arrumadas as caixas? Achas que a imagem te pode ajudar na resolução da tarefa? Como?".*

Nesta fase de exploração, tanto eu, como a minha colega de estágio e a professora cooperante circulávamos entre os alunos, para observar as estratégias utilizadas pelos alunos, as dificuldades e os erros que poderiam surgir. Para além do meu papel enquanto investigadora, a minha ação como professora é a de monitorizar o trabalho que vai sendo realizado na sala de aula pelos alunos. Por isso emergiam algumas questões que me orientavam durante a exploração das subtarefas, por exemplo: "*Todos entenderam as tarefas propostas? Houve dificuldades? Que estratégias utilizaram? Que tipos de erro apresentam os alunos na resolução das subtarefas?"*

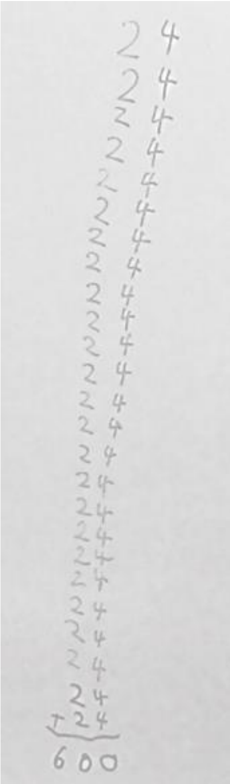
Enquanto circulava entre os alunos observava as várias estratégias usadas. A antecipação das estratégias e a observação das usadas pelos alunos permitia-me selecionar as estratégias para partilhar com a turma. Assim, escolhia alguns alunos para apresentarem no quadro e explicarem a forma como resolveram as tarefas. Esta escolha não se cingiu sempre aos mesmos alunos, dando assim oportunidades a alunos que não resolveram no período destinado a resolução. Ainda assim, os alunos foram selecionados de acordo com as estratégias que tinham utilizado para resolver a tarefa.

Antes do momento de discussão coletiva, assegurava que quase todos os alunos, conseguiam terminar a resolução das subtarefas. No entanto, constatei que havia sempre alunos mais atrasados na resolução, mas que depois participavam na discussão final.

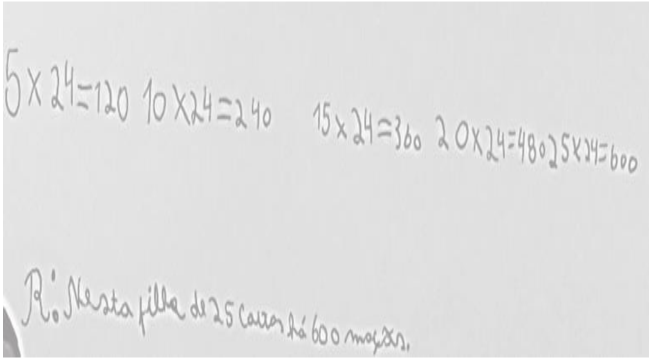
iii. Discussão da tarefa

A discussão com toda a turma era iniciada a partir da apresentação, das estratégias usadas, por parte de alguns alunos. Nesse momento a restante turma podia intervir, colocando questões sobre o tipo de estratégia utilizadas. Além disso, era um momento em que eram discutidas e comparadas as várias estratégias.

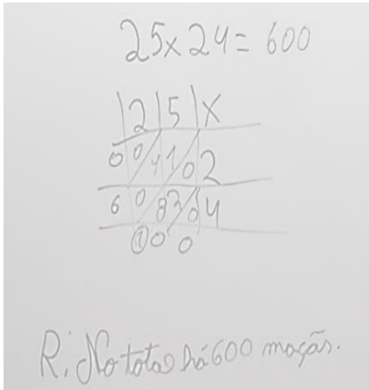
Para a discussão optei por ordenar as apresentações e respetiva discussão, da estratégia mais informal para a mais formal. Por exemplo, no caso da tarefa 1 – Pilhas de caixas, subtarefa 1, as estratégias foram apresentadas pela ordem seguinte:



1.ª Estratégia apresentada



2.ª Estratégia apresentada



3.ª Estratégia apresentada

Figura 6 – Três resoluções da subtarefa 1 – tarefa Pilhas de caixas, apresentada à turma durante a discussão coletiva

Durante esta fase os alunos da turma eram solicitados a identificar a estratégia que consideravam mais eficaz e rápida, promovendo, desta forma discussões coletivas, em que os alunos participavam, argumentado e defendendo as suas estratégias.

As discussões coletivas tinham como o objetivo incentivar os alunos a verbalizarem o que fizeram e, como fizeram, permitindo ainda o confronto com estratégias usadas pelos colegas, identificando qual a que consideravam mais eficaz.

Esta discussão permitia ainda que cada aluno da turma refletisse sobre as suas próprias estratégias, e as comparasse com as dos colegas, aumentando, assim, a sua compreensão sobre a divisão.

O tempo destinado para a discussão era de cerca de 15 minutos. Embora este tempo dependesse da participação dos alunos na discussão coletiva, havia a intenção de não o alongar muito tempo para que os alunos não se desviassem do objetivo da tarefa.

Ao longo do trabalho desenvolvido fui incentivando os alunos a uma maior participação na discussão coletiva. Por vezes, interpelava especificamente os alunos mais introvertidos, de modo a envolvê-los na apresentação das suas resoluções e na discussão geral.

Capítulo 5

Caracterização das estratégias usadas pelos alunos

Neste capítulo descrevo e analiso as estratégias utilizadas pelos alunos da turma do 4.º ano, nas resoluções das tarefas propostas. Esta análise é realizada a partir das produções escritas dos alunos, a propósito das resoluções das tarefas propostas.

Inicio este capítulo com uma tabela onde categorizo todas as estratégias usadas pelos alunos na resolução das tarefas propostas. Neste capítulo caracterizo ainda cada uma das estratégias identificadas, ilustrando com um exemplo das produções escritas dos alunos.

A análise das produções dos alunos permitiu-me identificar as estratégias usadas por eles. A seguinte tabela apresenta as categorias das estratégias usadas pelos alunos da turma. Em seguida passo a caracterizar cada uma das estratégias.

Tabela 10 - Estratégias usadas por alunos na resolução das tarefas propostas

Categorias das estratégias	**Estratégias específicas**
Estratégias de adição	Adicionar sucessivamente
	Adicionar 2 a 2
Estratégias de subtração	Subtrair sucessivamente
Estratégias de multiplicação	Usar produtos conhecidos
	Usar múltiplos de 5 e 10
	Usar uma decomposição não decimal de um dos fatores
	Usar a decomposição decimal de um dos fatores

	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência
	Usar uma relação de dobro e metade
	Usar o método de gelosia
Estratégias de divisão	Usar o cálculo em coluna com subtrações sucessivas
	Usar o algoritmo de divisão

De seguida, caracterizo cada um das estratégias específicas e ilustro com uma produção escrita dos alunos.

5.1 Estratégias de adição

A análise das produções dos alunos permitiu-me identificar as seguintes estratégias de adição.

Adicionar sucessivamente – esta estratégia corresponde ao uso de adições sucessivas até perfazer um certo total.

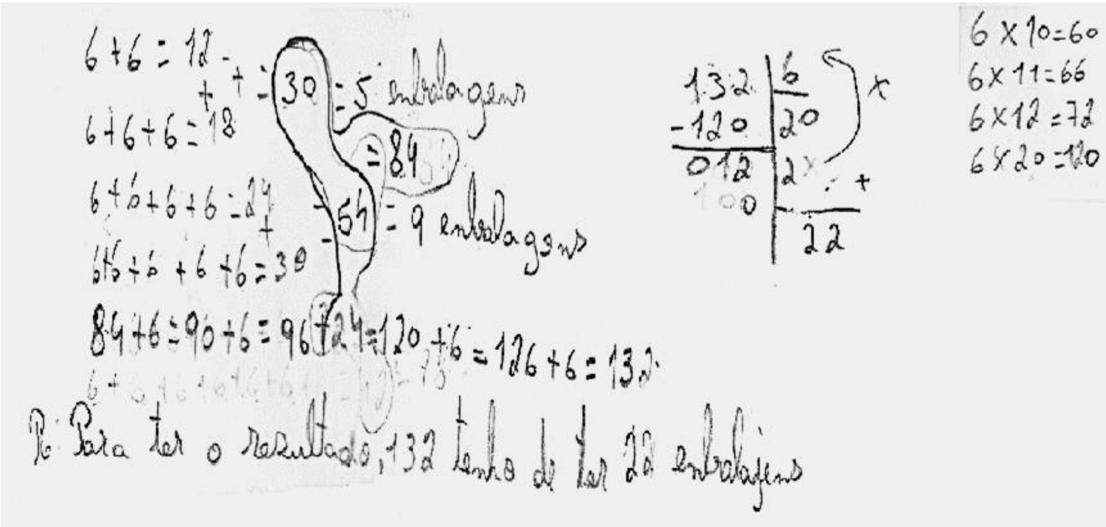


Figura 7 – Resolução de Alexandre na Subtarefa 1 da tarefa 6.

O Alexandre começa por adicionar 6+6 (correspondente a 6 garrafas por cada embalagem). Em seguida continua adicionar sucessivamente a parcela 6 até perfazer 30.

Ao lado de cada total das somas sucessivas das parcelas, o aluno vai controlando o resultado de cada duas somas sucessivas. Depois o aluno adiciona o resultado obtido de cada duas somas sucessivas, perfazendo o total de 84 (30+54).

Uma vez obtido o 84, Alexandre começa a fazer adições sucessivas, até perfazer o 132 (84+6=90+6=96+24=120+6=126+6=132), pois sabe que é o valor total de garrafas quando a máquina de bebidas está cheia. Contudo a representação de adição sucessiva, no ponto de vista matemático esteja incorreta.

Apesar de usar uma estratégia de adições sucessivas, Alexandre não consegue determinar o resultado e opta por outra estratégia.

Adicionar 2 a 2 – esta estratégia corresponde ao uso da adição de parcelas iguais, agrupando-as duas a duas. Normalmente esta estratégia é utilizada para resolver problemas de multiplicação, de modo que o aluno chegue mais rapidamente ao resultado pretendido.

Para representar este tipo de estratégia os alunos recorrem usualmente ao esquema em árvore.

Pedro recorre à adição de parcelas duas a duas na resolução da tarefa 3 – subtarefa 1.

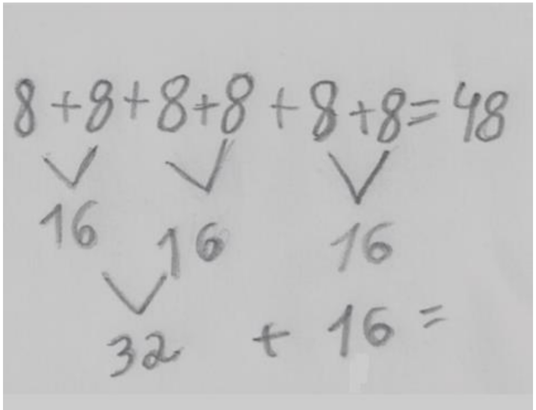


Figura 8 – Resolução de Pedro na Subtarefa 1 – Tarefa 3

Para calcular 6x8, Pedro adiciona as parcelas duas a duas, até ser possível, de modo a obter o total dos cromos.

5.2 Estratégias de subtração

A análise das produções dos alunos permitiu identificar uma estratégia de subtração.

Subtração sucessiva – Esta estratégia consiste em subtrair sucessivamente o mesmo número. Foi uma das estratégias utilizadas em contexto de divisão.

Diogo recorre à subtração sucessiva para resolver a tarefa 6 – subtarefa 2.

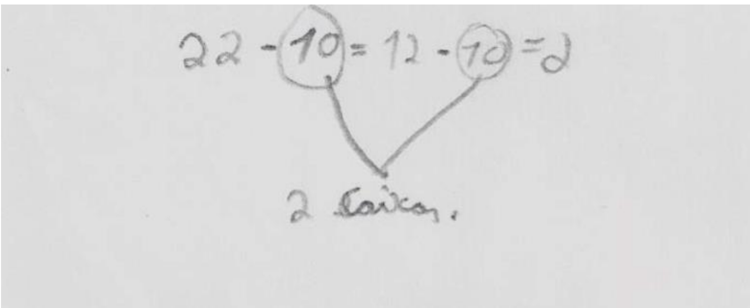


Figura 9 – Resolução de Diogo na subtarefa 2 da tarefa 6

O aluno subtrai sucessivamente 10, embora a representação esteja incorreta do ponto de vista matemático.

5.3 Estratégias de multiplicação

A análise das produções dos alunos permitiu-me identificar as seguintes estratégias de multiplicação.

Usar produtos conhecidos – esta estratégia corresponde ao uso de produtos conhecidos para efetuar um determinado cálculo. A expressão produtos conhecidos refere-se ao uso de produtos do domínio das tabuadas que os alunos já trabalharam.

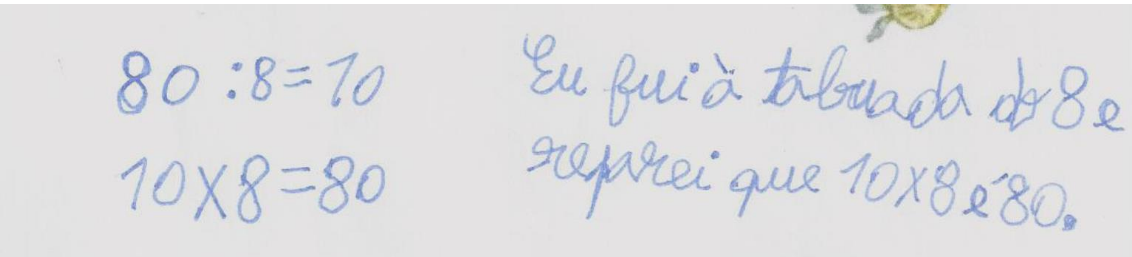


Figura 10 – Resolução de João da subtarefa 2 da tarefa 12

João parece ter recorrido ao produto conhecido 10x8=80 para calcular o quociente 80 ÷ 8. Neste caso específico, o contexto era de divisão e o aluno representa a relação inversa entre a divisão e a multiplicação.

Usar múltiplos de 5 e 10 – esta estratégia consiste na utilização de múltiplos de 5 e/ou 10 para resolver uma determinada tarefa, calculando um produto.

Na tarefa 8 – Tarefas e mais tarefas houve uma aluna, Beatriz S., que resolveu a subtarefa 2 recorrendo aos múltiplos de 5, como se pode observar de seguida.

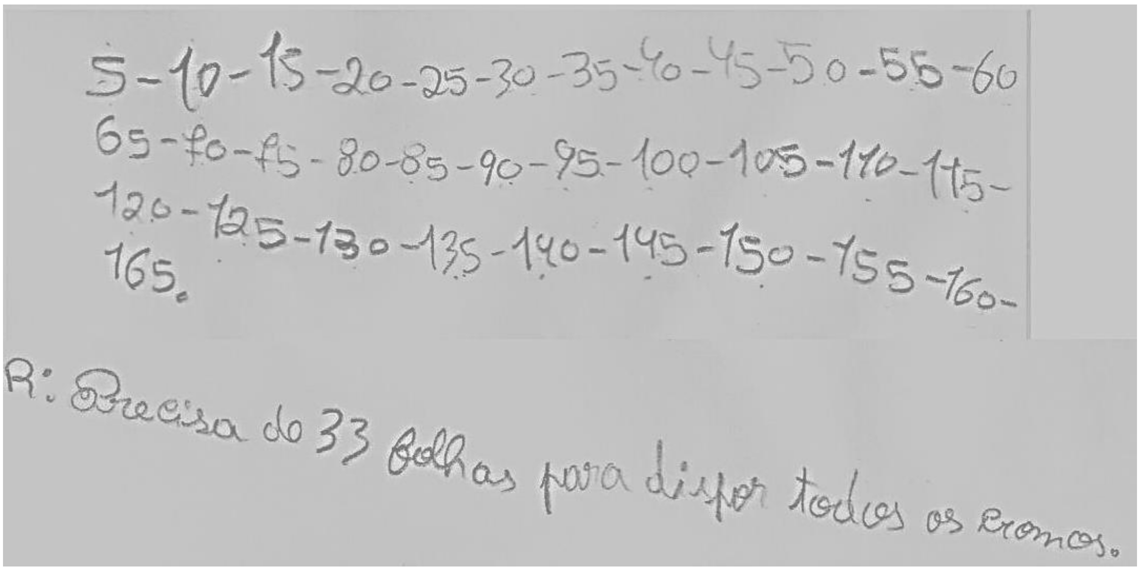


Figura 11 – Resolução de Beatriz S. na subtarefa 2 da Tarefa 8 – Tarefas e mais tarefas

A aluna recorre aos múltiplos de 5, para descobrir como pode colar 165 cromos numa caderneta onde só cabem 5 cromos em cada folha.

Usar uma decomposição não decimal de um dos fatores- esta estratégia consiste no uso de produtos parciais, recorrendo a uma decomposição não decimal de um dos fatores.

Daniel recorre a esta estratégia para resolver a subtarefa 3 da tarefa 1. Parece reconhecer que este problema é de contexto de divisão, uma vez que começa por representar 1200÷24.

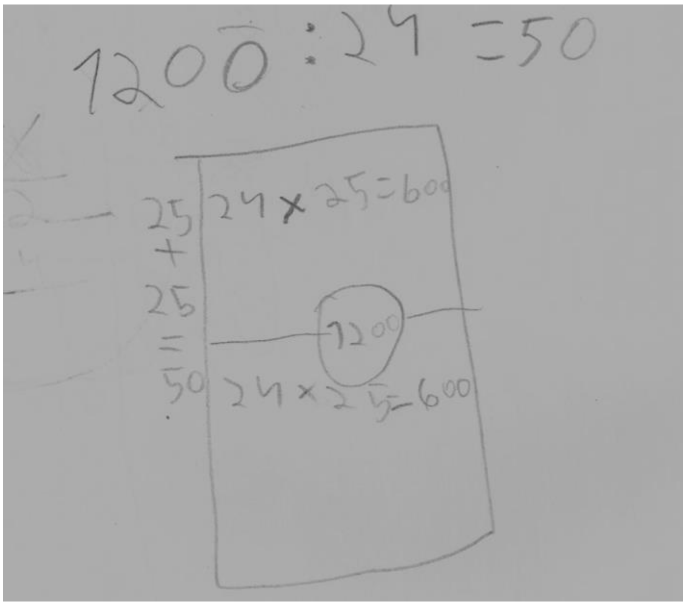
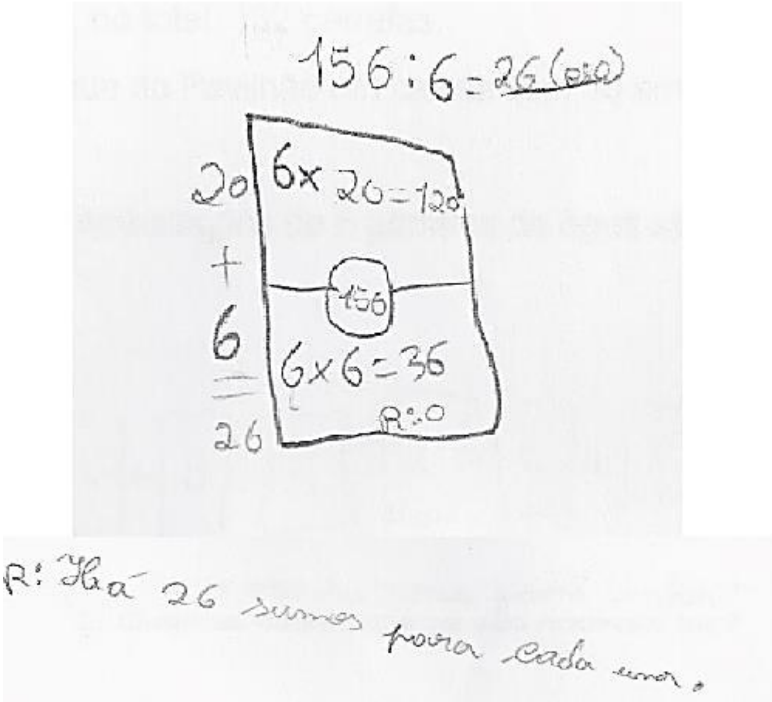


Figura 12 – Resolução de Daniel na subtarefa 3 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas

A figura mostra que Daniel usa esta estratégia para procurar um número que multiplicado por 24 se aproxima de 1200. Para além disso, os seus cálculos são apoiados no modelo retangular.

Usar a decomposição decimal de um dos fatores - os alunos recorrem a esta estratégia para resolver as tarefas que envolvem a operação de divisão, parecendo reconhecer a relação entre a divisão e a multiplicação. Além disso, frequentemente os alunos apoiam-se no modelo retangular. O recurso a este modelo foi ensinado pela professora titular.



13 – Resolução de Beatriz S. na subtarefa 2 da Tarefa 4 – Máquinas de Bebidas.

A figura mostra que a Beatriz S. usa a estratégia decomposição decimal, para calcular a expressão 156÷6, tendo subjacente o modelo retangular.

Assim, esta aluna procura o número que, multiplicado por 6 é igual 156. Para isso, efetua dois produtos parciais cuja soma é 156 (120+36). Paralelamente, a esta soma Beatriz S. adiciona os números que utilizou para multiplicar por 6 (divisor), ou seja 20+6, obtendo o quociente da operação 156 ÷ 6 = 26.

Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência- esta estratégia corresponde à realização de um conjunto de produtos sucessivos a partir de um produto conhecido. Um dos fatores é fixo ao longo da multiplicação sucessiva, enquanto o outro fator aumenta uma unidade.

Madalena para resolver a subtarefa 3 da tarefa 12, onde era necessário calcular o número de rebuçados por mesa, recorre à multiplicação sucessiva, a partir do produto 6 x10.

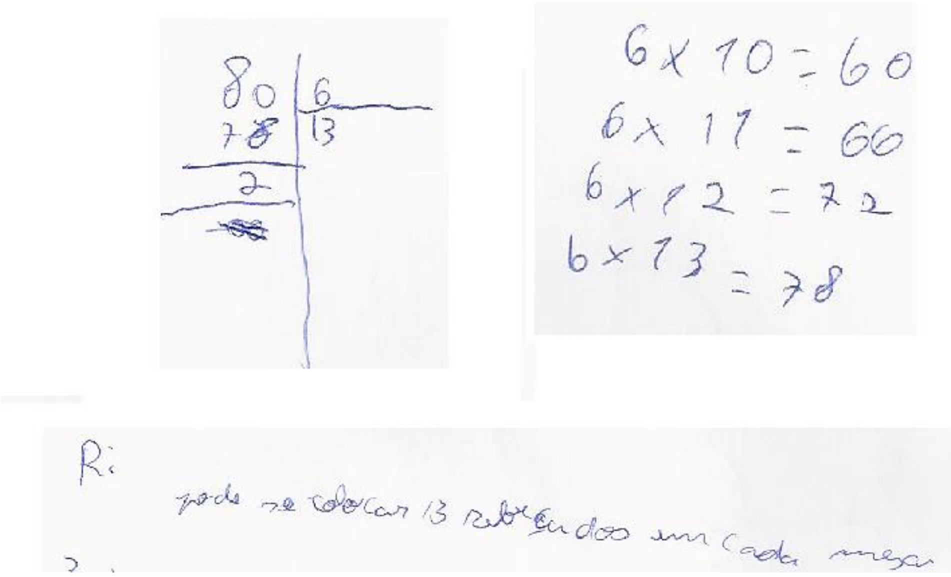
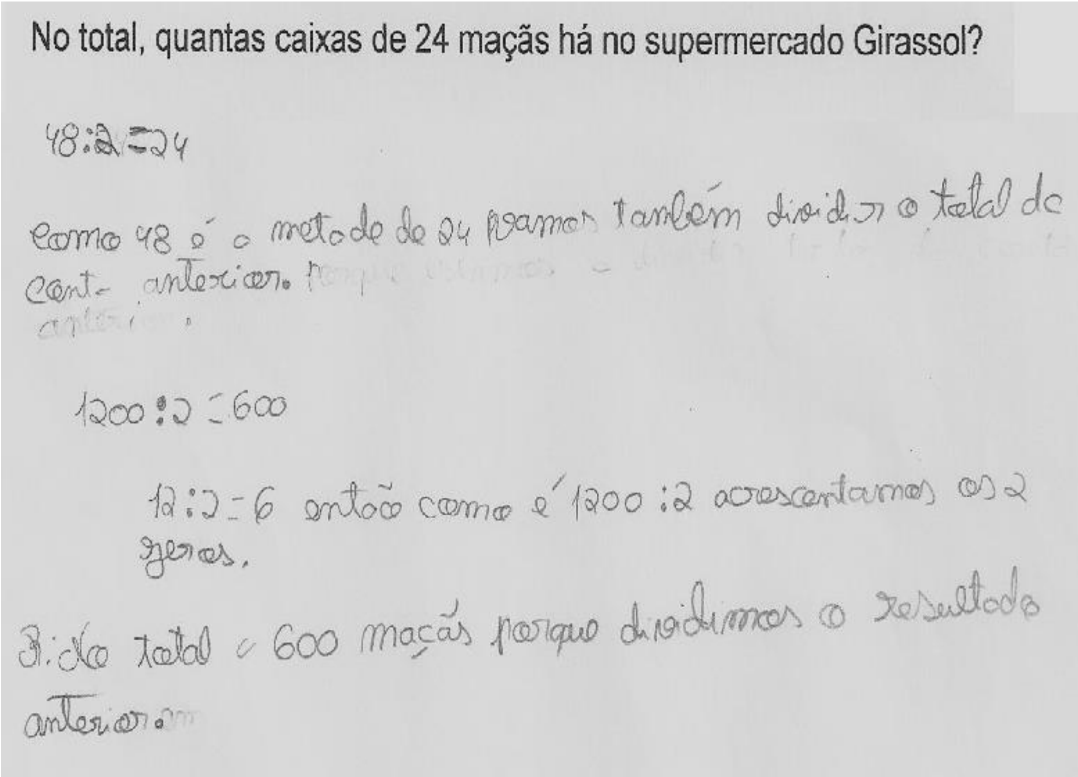


Figura 14 – Resolução de Madalena na subtarefa 3 da Tarefa 12 – Festa de anos

Madalena identifica o problema como sendo de divisão. A aluna parte do cálculo 6 x10 e para no 6 x13, mostrando reconhecer que não necessita de calcular mais produtos. Embora tenha usado produtos sucessivos para resolver o problema, em seguida parece ter recorrido ao algoritmo da divisão para confirmar o resultado obtido.

Usar uma relação de dobro e metade – esta estratégia corresponde ao estabelecido de relações de dobro e metade entre os fatores de um produto.

Alguns alunos no decorrer da resolução das subtarefas da tarefa 1 – Pilhas de caixas, recorreram à relação dobro/metade. Por exemplo, Inês recorre a esta estratégia na resolução da tarefa 1.


No total, quantas caixas de 24 maçãs há no supermercado Girassol?

48:2=24

como 48 é o metado de 24 vamos tanbém dividir o total de cont. anterior.

1200:2=600

12:2=6 então como é 1200:2 acrescentamos os 2 zeros.

R: No total é 600 maçãs porque dividimos o resultado anterior.

Figura 15 - Resolução de Inês na subtarefa 3 da tarefa 1 – Pilhas de caixas.

A aluna mostra um raciocínio relacionado com o uso de dobros e metades, embora o resultado esteja incorreto do ponto de vista matemático.

Usar o método de gelosia – esta estratégia refere-se ao uso deste método específico para efetuar produtos. No caso que apresento de seguida, 24X25, o aluno começa por desenhar uma forma quadrangular com duas colunas e duas linhas. Cada célula que se formou é dividida por uma linha na diagonal.

O recurso a este método relaciona-se com o facto de a professora titular o ter ensinado aos alunos para efetuar produtos com números com dois dígitos ou mais.

Por cima de cada coluna da forma quadrangular, o aluno escreve um dos dígitos do número 24, e à direita da gelosia regista o 25, ou seja o 2 na primeira linha e o 5 na segunda linha. O aluno inicia a multiplicação dos produtos parciais e regista o produto em cada célula.

O produto final da operação 24x25 obtém-se na soma de cada diagonal, registada à esquerda de cada linha e debaixo de cada coluna. De seguida apresento um exemplo desta estratégia.

Rodrigo usa o método da gelosia para calcular 24x25.

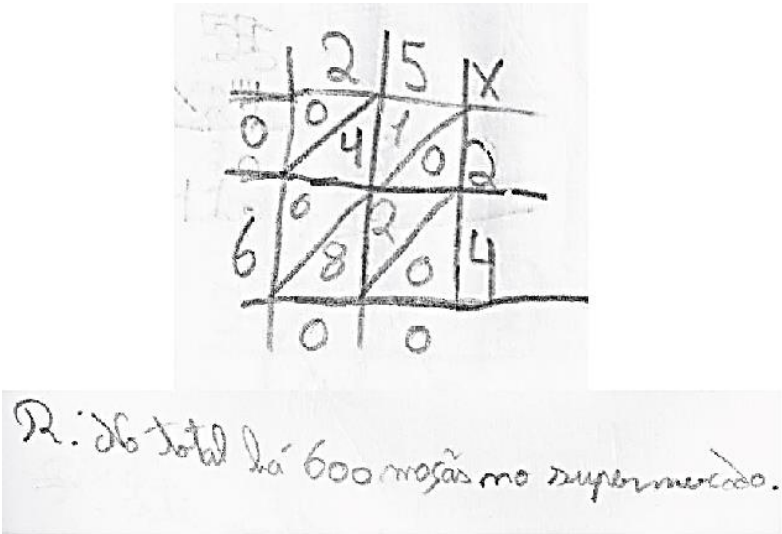


Figura 16 – Resolução de Rodrigo na subtarefa 1 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas.

5.4 Estratégias de divisão

A análise das produções escritas dos alunos permitiram-me identificar as seguintes estratégias da divisão.

Usar cálculo em coluna com subtrações sucessivas – nesta estratégia o aluno subtrai sucessivamente o valor obtido da multiplicação do quociente e o divisor, ao dividendo. Este cálculo em coluna com subtração sucessiva no dividendo finaliza quando o aluno obtém resto igual ou superior a zero.

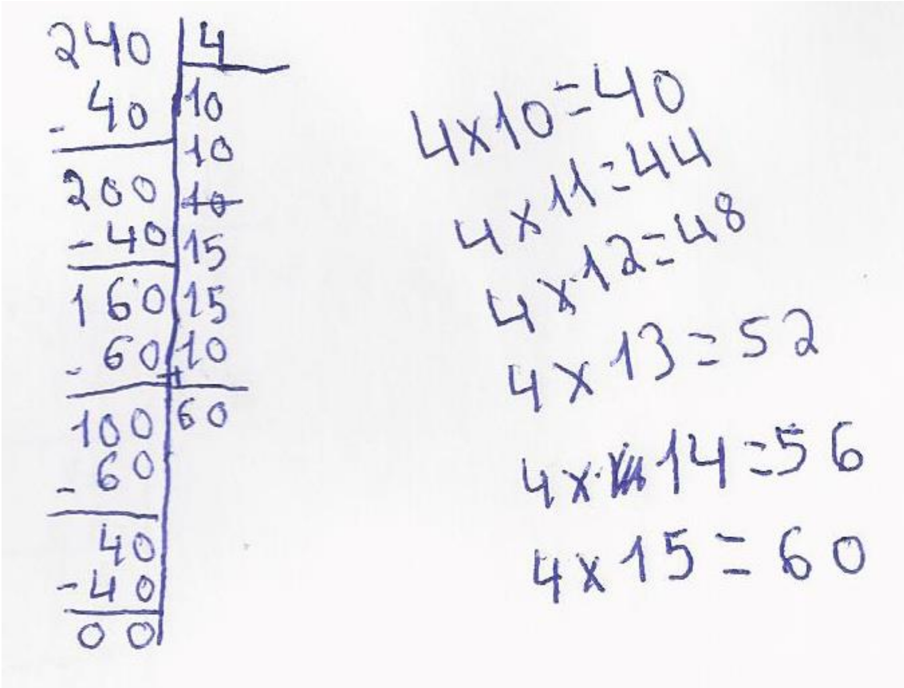


Figura 17 – Resolução de Ariana na subtarefa 1 da Tarefa 10 – Carteirinhas de cromos.

A resolução da subtarefa 1 da tarefa 10, a aluna apresenta um cálculo em coluna com subtrações sucessivas. Parece que a Ariana recorre à multiplicação para multiplicar o 10 e o 15 por 4 (divisor) e subtrai sucessivamente os produtos parciais. Depois adiciona todos os números que multiplicou pelo divisor e resulta no valor do quociente. Além disso, parece que a Ariana utiliza os seus conhecimentos sobre os múltiplos de 5 e 10.

A aluna, ainda usa outra estratégia associada à multiplicação sucessiva a partir de um produto conhecido 4x11.

Usar o algoritmo de divisão – esta estratégia corresponde à utilização do algoritmo convencional de divisão, trabalhando com dígitos.

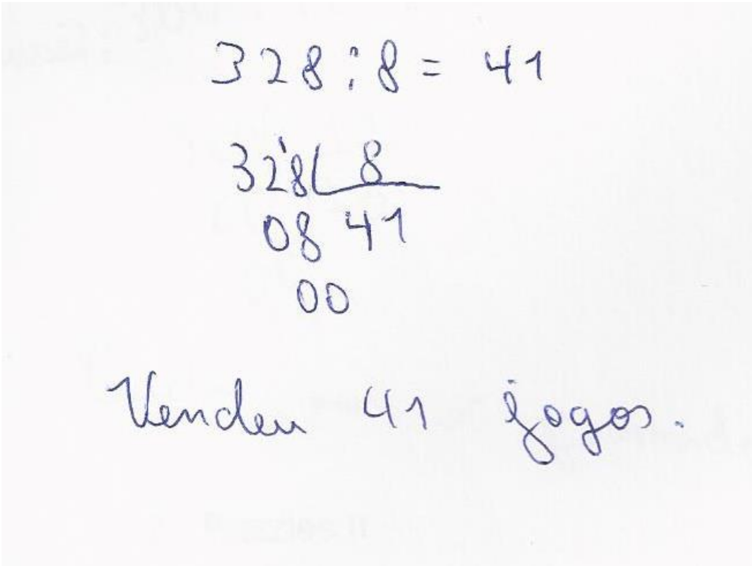


Figura 18 – Resolução de Joana na subtarefa 1 da Tarefa 11 – Jogo de consola

Joana recorre ao algoritmo da divisão para efetuar 328 ÷ 8. A sua produção evidencia que trabalha com dígitos e não com o número 328 na sua totalidade, pois o aluno assinala, com uma vírgula, no dividendo o ponto de partida dos seus cálculos.

Capítulo 6

As estratégias usadas por alguns alunos da turma e as dificuldades que manifestaram

Este capítulo centra-se na análise das estratégias e das dificuldades apresentadas por alguns alunos, durante a resolução das tarefas associadas à operação de divisão. Deste modo, apresento e analiso, pormenorizadamente, as produções escritas dos alunos que selecionei, recorrendo também as entrevistas que efetuei durante o estudo que realizei.

No final da análise de cada um dos alunos elaborei uma síntese sobre as estratégias usadas, a sua frequência, eventual evolução significativas e dificuldades evidenciadas durante a resolução das tarefas.

6.1. Beatriz

6.1.1 Caracterização das estratégias

Apresento e analiso as estratégias usadas por Beatriz, na resolução das tarefas propostas.

Nas duas primeiras subtarefas (subtarefas 1 e 2 da tarefa 1), Beatriz recorre ao método da gelosia para efetuar os cálculos 25x24 e 25x48. A utilização desta estratégia parece estar relacionada com o facto de a professora titular ter ensinado este método a todos os alunos para resolver problemas com o contexto de multiplicação.

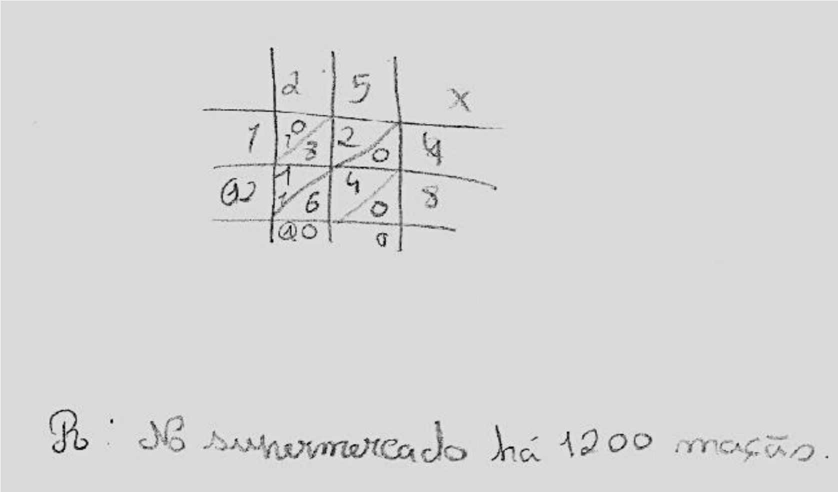


Figura 19 – Resolução de Beatriz na subtarefa 2 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas.

Esta resolução mostra que a aluna consegue usar o método de gelosia, de forma adequada, obtendo o produto correto.

A tarefa seguinte, subtarefa 3 da tarefa 1 a aluna não consegue resolvê-la. Esta subtarefa é a primeira das propostas que envolve a operação de divisão.

Nas resoluções seguintes, associadas à da tarefa 3 – subtarefa 1, 2, Beatriz opta por usar, ao mesmo tempo, dois tipos de estratégias: multiplicar sucessivamente a partir de um produtos de referência e o cálculo em coluna com subtrações sucessivas.

Antes de começar a resolver a tarefa Beatriz pede-me auxílio:

Beatriz – Raquel, eu não sei fazer este exercício.

Raquel - Porquê?

Beatriz – Não sei fazer contas de dividir.

Raquel – E sabes multiplicar?

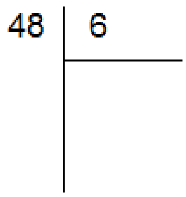
Beatriz – Sei. Mas não posso multiplicar 48 x 6 porque o resultado é maior.

Raquel – Maior?

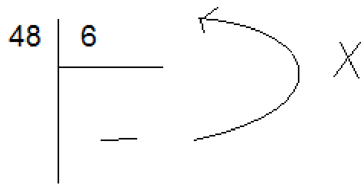
Beatriz –Sim vai dar maior do que 48.

Raquel – Então pensa na operação de divisão

A aluna escreve na folha da subtarefa :



Depois explico-lhe que temos de pensar num número que multiplicado pelo 6 fica perto ou é igual ao 48. Desenho uma seta e o sinal de multiplicação no registo que aluna já tinha feito na folha, ou seja:



Raquel – Agora pensa num número que ao multiplicar por 6 é igual ou próximo de 48.

Beatriz – Faço a tabuada do 6?

Raquel – Se achas que ajuda, podes fazer.

Beatriz escreve a tabuada do 6 e inicia com 6x1 até 6x10. Só depois é que verifica que 6x8 = 48. A partir daqui a aluna consegue finalizar sozinha, o cálculo em coluna.

A figura seguinte mostra a resolução da subtarefa 1 da tarefa 3 – Colecionar cartas, em que era preciso calcular o número de cartas para cada um dos amigos.

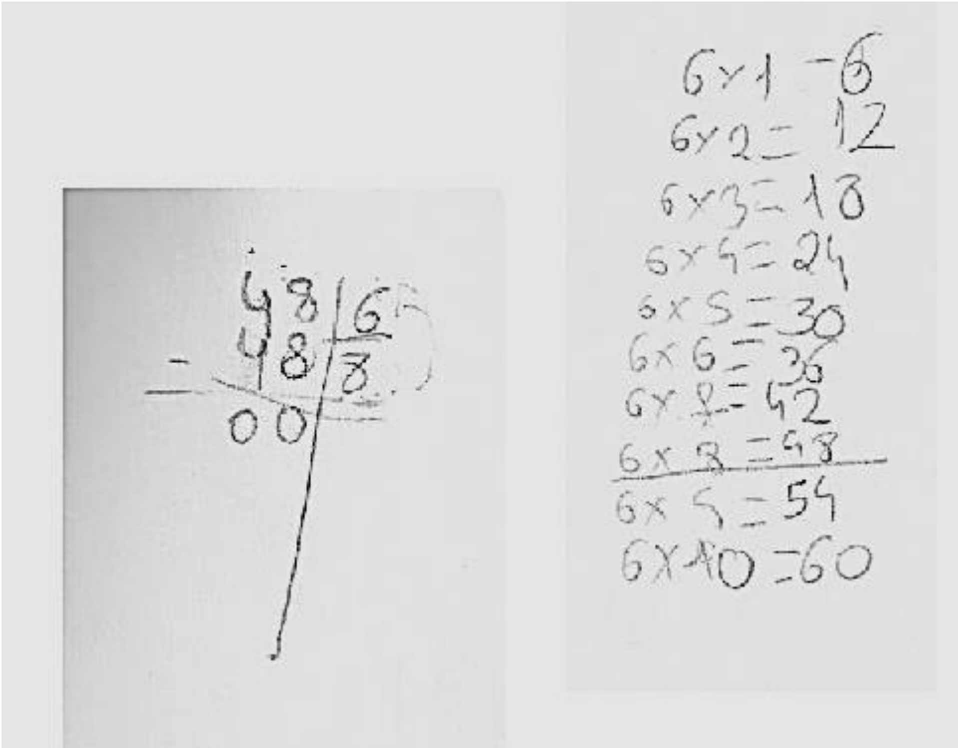


Figura 20 – Resolução de Beatriz na subtarefa 1 da tarefa 3 – Colecionar cartas

Identifico que Beatriz recorre a multiplicação sucessiva para alcançar um produto próximo ou igual a 48. Verifica-se que a aluna começa por multiplicar 6 x 1 e finaliza o cálculo no 6 x 10. Beatriz identifica 6 x8 =48 no final dos cálculos multiplicativos, assinalando com um traço.

Beatriz, nos problemas seguintes recorre a outro tipo de estratégias, usando multiplicação sucessiva a partir de um produto de referência e o algoritmo de divisão para resolver as seguintes subtarefas: tarefa 4 – subtarefa 1; tarefa 6 – subtarefa 1; tarefa 8 – subtarefa 1, 2, e 4; tarefa 9 – subtarefa 1; tarefa 10- subtarefa 1, 2; tarefa 12 – subtarefa 1, 3 e tarefa 13 subtarefa 1.

No entanto, quando o dividendo é de três dígitos como na tarefa 4 subtarefa 1 a aluna pede-me ajuda.

Beatriz – Eu já pus o 156 a dividir por 6. Fui à tabuada do 6 e vi que não tem 156.

Raquel – Mas podes fazer mais. Podes fazer 6x11, 6x12…. até ver se dá.

Beatriz – Mas posso por a vírgula no 15 do 156 e fazer como fizemos no quadro.

Raquel – Podes. Como pensas em fazer.

Beatriz – Fui a tabuada do 6 e vi que 6x2 = 12. Agora tiro 12 ao 15.

Raquel – Continua.

Beatriz – Pois agora baixo o 6?

Raquel – Claro. Qual é o número que está no dividendo?

Beatriz – 156.

Raquel – Então tens que “trabalhar” com esse número. Quando dizes que tiraste 12 ao 15. Na realidade fizeste 156 – 120 = 36. Por isso é que tens de baixar o 6.

Beatriz – Agora já consigo fazer sozinha porque 6x6 = 36. Resto zero.

A figura seguinte mostra a resolução da subtarefa 1 da Tarefa 4 – Máquina de Bebidas, em que era necessário calcular o número de embalagens de garrafas de água (cada embalagem tem 6 garrafas) para encher a máquina de bebidas.

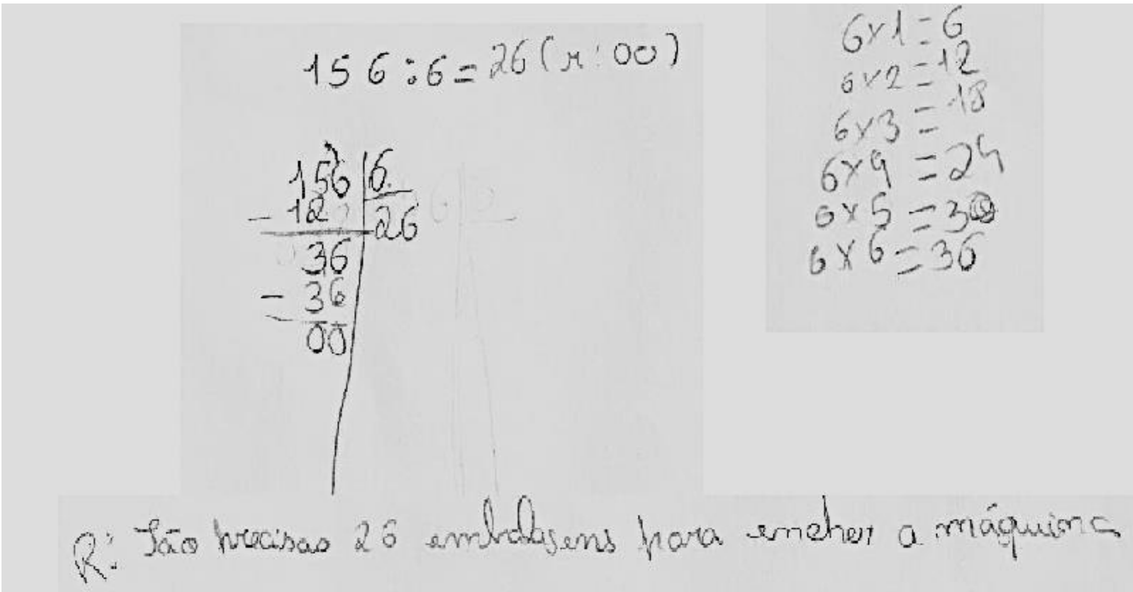


Figura 21 – Resolução de Beatriz na subtarefa 1 da Tarefa 4 – Máquina de Bebidas

Beatriz reconhece que é um problema com contexto de divisão, pois começa por representar 156÷6. Por isso, recorre ao uso do algoritmo da divisão. Efetivamente Beatriz não trabalha com o número completo do dividendo, uma vez que vai subtrair 12 (produto de 6x2) ao 15 e depois “baixa” o 6, voltando a subtrair novamente, usando o produto de 6x6 = 36. Além disso, usa produtos sucessivos da multiplicação para auxiliar os cálculos que necessita para efetuar o algoritmo, parecendo não ter automatizada a tabuada.

A resolução seguinte é outro exemplo das estratégias supramencionadas.

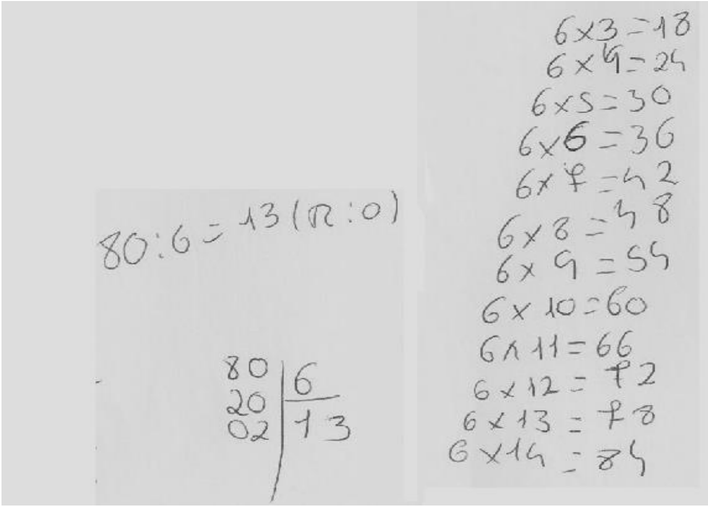


Figura 22 – Resolução de Beatriz na subtarefa 3 da Tarefa 12 – Festa de anos

Parece que a aluna recorre à multiplicação sucessiva para obter um produto próximo ou igual a 80. Verifica-se que, Beatriz começa por 6x3 e para no 6x14, o que parece reconhecer que o produto de 6x14 é superior a 80. Apesar de ter recorrido à multiplicação sucessiva, usa também o algoritmo da divisão, eventualmente para confirmar o resultado obtido.

A aluna parece não reconhecer que ao efetuar o cálculo 80÷ 6 existe resto 2, pois quando escreve a expressão 80 ÷ 6 = 13, apresenta R:2 entre parênteses.

Na tarefa 11, Beatriz parece querer mostrar que sabe usar estratégias diferentes e apresenta duas na mesma resolução. Assim, na tarefa 11 subtarefa 1, a aluna mostra as estratégias: duas formas de algoritmo e usa produtos sucessivos. Esta última estratégia parece estar relacionada com o facto de não ter a tabuada memorizada e funciona como complemento ao uso do algoritmo.

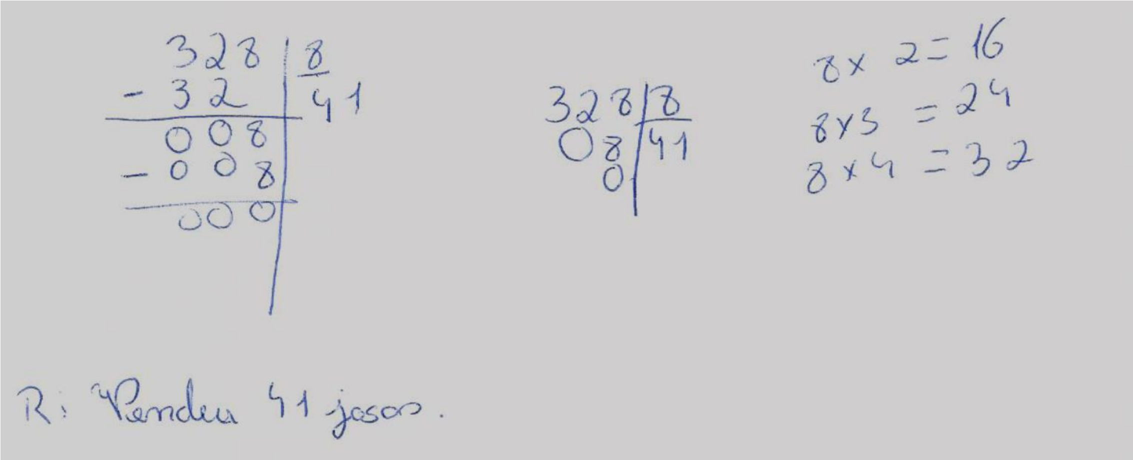


Figura 23 – Resolução de Beatriz na subtarefa 1 da Tarefa 11 – Jogo de Consola

A primeira figura à esquerda Beatriz apresenta um algoritmo da divisão com cálculos subtrativos, enquanto na figura do meio esses cálculos estão omissos. A estratégia multiplicar sucessivamente auxilia os cálculos necessário para o uso do algoritmo.

Beatriz ainda usou outras estratégias para resolver subtarefas de contexto de divisão.

Na tarefa 12 – subtarefa 2 as estratégias que a aluna apresenta na resolução é o uso de produtos conhecidos e o algoritmo de divisão, apresentado na seguinte figura.

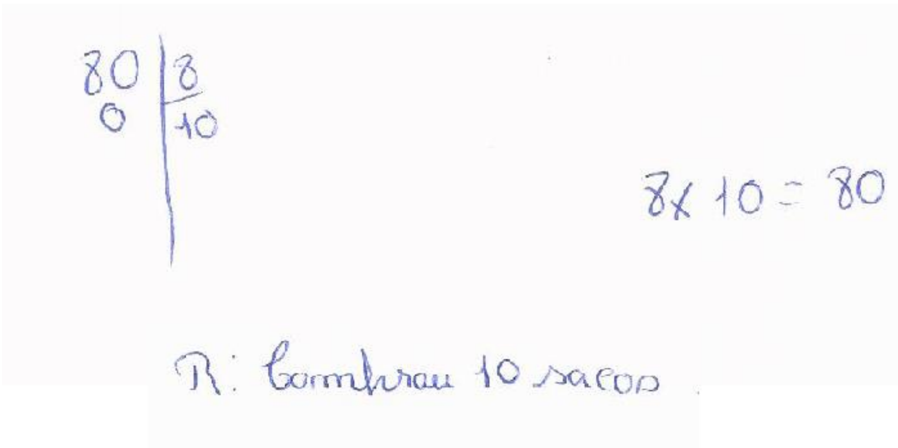


Figura 24 – Resolução de Beatriz na subtarefa 2 da Tarefa 12 – Festa de anos

Beatriz evidencia que consegue relacionar a divisão com a multiplicação, como também parece evidente o uso desta estratégia estar relacionada com os números do enunciado.

Na tarefa 6 – subtarefa 2 a aluna utiliza a estratégia de produtos conhecidos para resolver a subtarefa. A figura seguinte apresenta a resolução da subtarefa 2 da Tarefa 6.

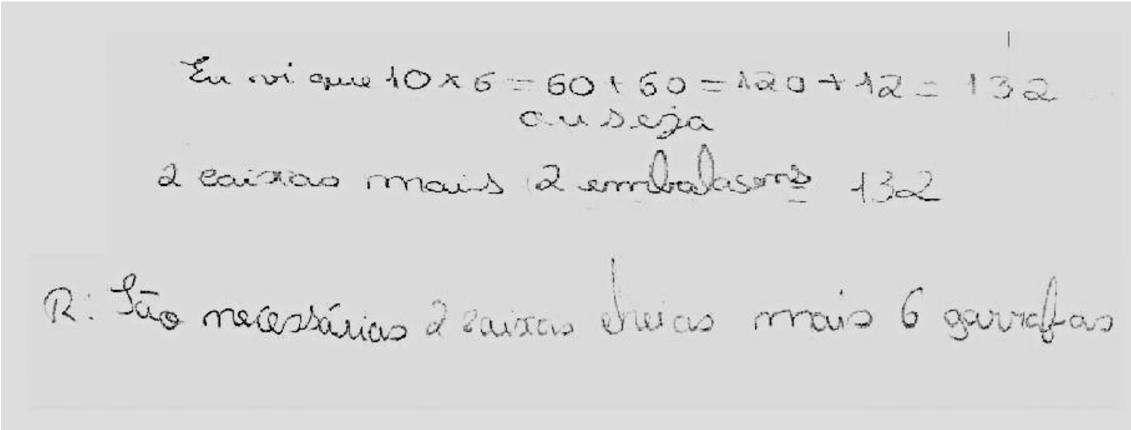


Figura 25 – Resolução de Beatriz na subtarefa 2 da tarefa 6 – Outra Máquina de Bebidas.

A aluna resolve esta subtarefa recorrendo aos números dados pelo enunciado, como também ao resultado da subtarefa 1 da tarefa 6. Sabe que cada embalagem tem 6 garrafas e uma caixa tem 10 embalagens, logo 6x10 =60 e depois faz 60 +60 o que equivale ao número de garrafas de duas caixas. Os 12 são duas embalagens mas na resposta por extenso a aluna parece enganar-se e escreve 6 garrafas.

Na tarefa 8 – subtarefa 3 e na tarefa 13 – subtarefa 2 a aluna resolve as subtarefas com a estratégia de algoritmo da divisão.

A figura mostra que Beatriz opta por trabalhar com dígitos, começando por usar o 5 do dividendo, pois coloca uma vírgula entre o 5 e o 2.

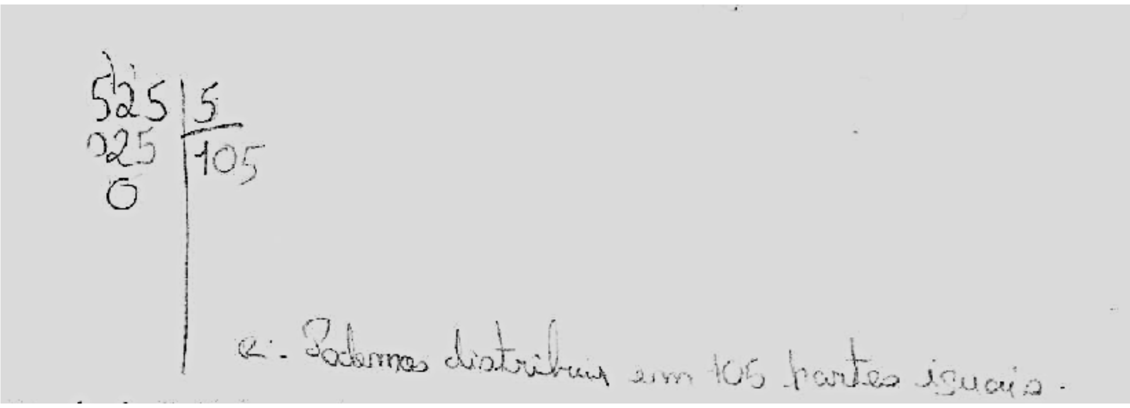


Figura 26 – Resolução de Beatriz na subtarefa 3 da tarefa 8 – Tarefas e mais tarefas

6.1.2 Síntese das estratégias usadas pela Beatriz e as dificuldades manifestadas

Beatriz foi uma aluna que revelou interesse e entusiasmo por participar em todas as tarefas e subtarefas. Quis mostrar que conseguia resolver as subtarefas que envolviam a divisão e sempre que surgia uma dificuldade pedia ajuda a um dos adultos presentes (estagiárias ou professora titular).

A síntese das estratégias usadas por Beatriz está apresentada na tabela 11. A análise detalhada das suas produções evidencia que, as estratégias que mais usa são o algoritmo de divisão e a multiplicação sucessiva.

Tabela 11 – Frequência das estratégias usadas por Beatriz

Categorias de estratégias	Tarefas	T1			T3		T4		T6		T8				T9	T10		T11	T12			T13	
	Subtarefas	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	3	4	1	1	2	1	1	2	3	1	2
Estratégias de multiplicação	Usar produtos conhecidos									X										X			
	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência				X	X	X		X		X	X		X	X	X	X	X	X		X	X	
	Usar o método gelosia	X	X																				
Estratégias de divisão	Cálculo em coluna com subtrações sucessivas				X	X																	
	Usar o algoritmo de divisão						X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Não resolveu ou fê-lo incorretamente				X																			

Verifica-se na tabela 11 que Beatriz não consegue resolver a primeira tarefa (tarefa 1 – subtarefas 3) que envolve a divisão. Contudo e após uma breve explicação à turma da resolução da tarefa 1 subtarefa3, a aluna consegue resolver as tarefas seguintes de divisão com sucesso, usando inicialmente a estratégia de cálculo em coluna com subtração sucessiva e depois, o algoritmo da divisão e a multiplicação sucessiva. A aluna parece compreender a relação entre a divisão e a subtração e entre a divisão e a multiplicação.

Ao usar frequentemente o algoritmo e a multiplicação sucessiva, o que pode significar que se auxilia da multiplicação sucessiva para conseguir " trabalhar" o algoritmo da divisão. Deste modo, a aluna ao reconhecer a relação entre a multiplicação e a divisão consegue, de forma rápida, resolver as subtarefas.

As dificuldades que parecem sobressair no percurso de Beatriz são relacionar a operação da divisão com a multiplicação e não ter a tabuada memorizada. Beatriz na maioria das vezes apoia-se na estratégia de multiplicar sucessivamente para obter um número próximo ou igual do dividendo, no algoritmo.

Ao analisar as estratégias que adotou para resolver as subtarefas evidenciam-se duas delas: multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência e o algoritmo da divisão.

Ao longo do tempo, Beatriz parece compreender a relação entre a operação de divisão e a de multiplicação, visto que a maioria das suas produções escritas aparecem em paralelo as duas estratégias que envolvem o algoritmo de divisão e a multiplicação sucessiva. No entanto, Beatriz parece ter dificuldades em usar estratégias diferentes do algoritmo, a partir de uma certa altura.

6.2 Pedro

6.2.1 Caracterização das estratégias

Nesta seção apresento e analiso as estratégias usadas por Pedro, na resolução das tarefas propostas.

Tal como Beatriz, Pedro começa por usar nas duas primeiras subtarefas o modelo da gelosia para efetuar os cálculos 25x24 e 48x25. Parece que Pedro recorre a esta estratégia pelo facto, da professora titular lhe ter ensinado este método para resolver problemas de contexto multiplicativo. A figura seguinte mostra a resolução do Pedro na tarefa 1 subtarefa 1.

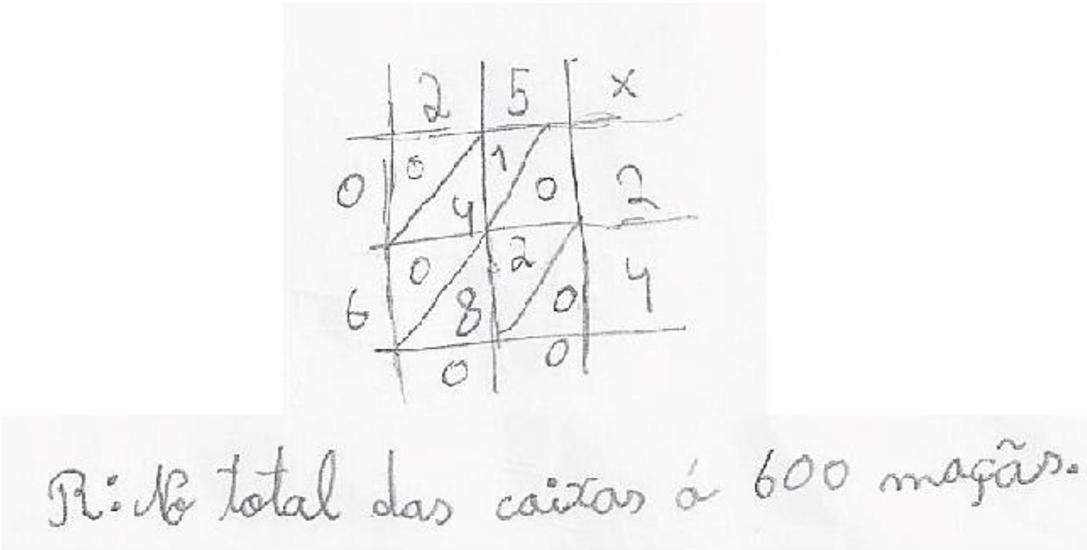


Figura 27 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas.

Pedro mostra que sabe usar corretamente o método da gelosia, para efetuar cálculos multiplicativos de 24x25.

Nas resoluções seguintes Pedro seleciona, na grande maioria das vezes, o cálculo em coluna com subtrações sucessivas.

Na subtarefa 3 da tarefa 1, um problema com contexto de divisão, Pedro usa a estratégia anteriormente mencionada para resolver 1200 ÷24.

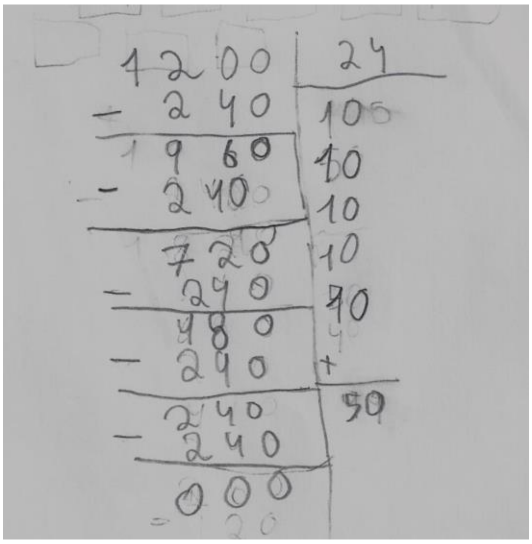


Figura 28 – Resolução de Pedro na subtarefa 3 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas.

Pedro compreende que este problema é de divisão, e consegue relacioná-lo com a subtarefa anterior. Uma vez que compreende que necessita dividir 1200 por 24, Pedro recorre, repetidamente, ao número 10 para multiplicar pelo divisor. Assim, o aluno vai subtraindo 240 (10x24) ao dividendo, dando resto zero.

Na tarefa 13 subtarefa 1, Pedro opta novamente pela mesma estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas, para encontrar o quociente da divisão 300 ÷ 12.

Nos cálculos adicionais, para realizar 12 x 12 recorre ao método de gelosia.

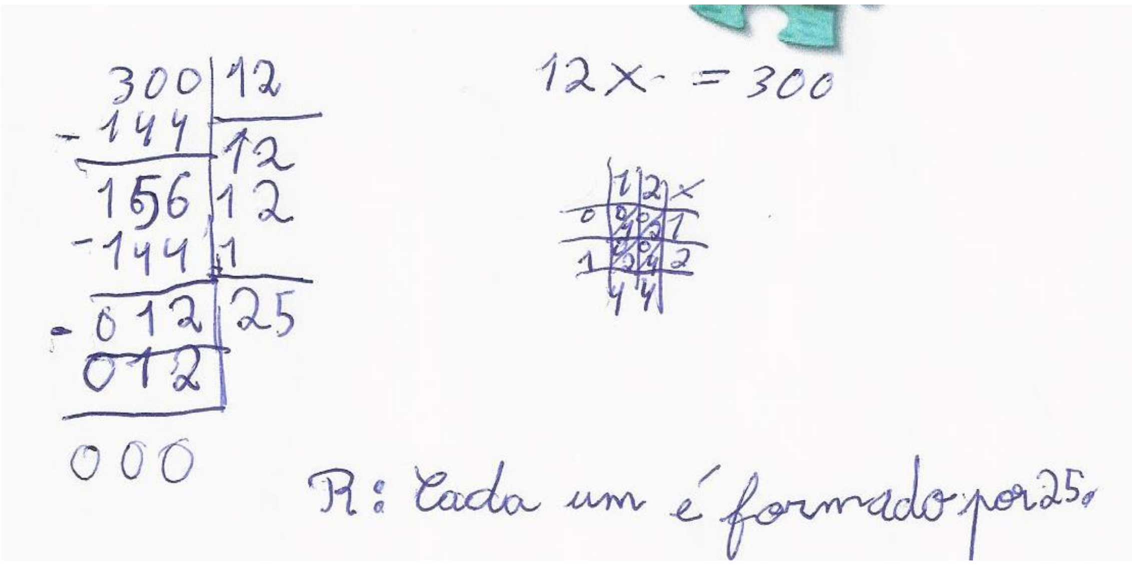
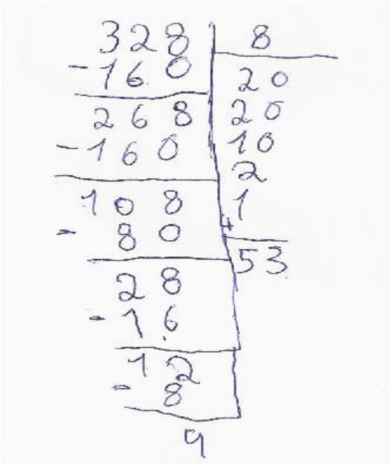


Figura 29 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 13 – Puzzles.

Parece que Pedro ao multiplicar 12x12 tenta obter um número próximo de 300, visto que ele até escreve a operação 12 X ___=300.

A análise das produções de Pedro e a análise da tabela 12 mostra que a estratégia cálculo em coluna com subtrações sucessivas é usada em 17 subtarefas, ou seja, na maioria das vezes. Contudo, Pedro por vezes, cometeu algumas incorreções no seu uso, sobretudo ao efetuar as subtrações sucessivas. Exemplifico na tarefa 11 subtarefa 1.



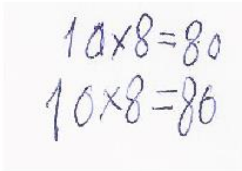


Figura 30 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 11 – Jogo de consola.

Nesta resolução, Pedro recorre ao cálculo em coluna com subtrações sucessivas e a produtos conhecidos. Pedro efetua duas vezes o cálculo 10 x8, para identificar um número que multiplicado por 8 fosse igual ou próximo de 328.

No entanto, Pedro ao efetuar a primeira subtração no dividendo, 328 -160, erra no resultado, afetando os restantes cálculos.

Pedro usa, ainda que esporadicamente, outras estratégias, tais como adicionar as parcelas duas a duas. Por exemplo na resolução da tarefa 3 da subtarefa 1, Pedro usa a estratégia adicionar 2 a 2, reconhece que 8+8+8+8+8+8 é igual a 48, sendo este o dividendo.

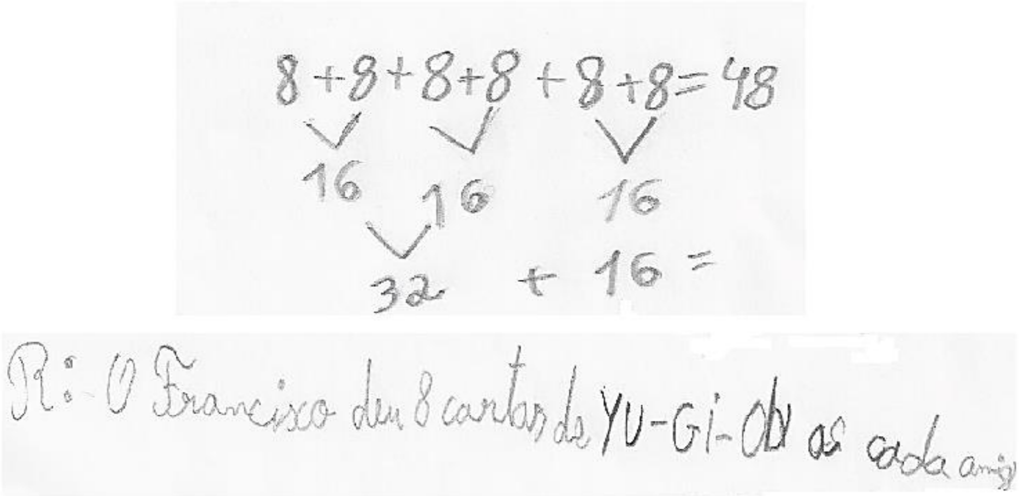


Figura 31 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 3 – Colecionar cartas.

A resolução de Pedro mostra que este recorre à adição de parcelas duas a duas do número 8, dando 16. Depois volta a adicionar os resultados obtidos efetuando 16 +16. Por fim, Pedro efetua a soma total, de modo a obter o número de cromos, ou seja 48 (dividendo).

Através da resposta por extenso Pedro mostra que identifica o 8 como o quociente, número de cartas de cada amigo.

Na tarefa 6 subtarefa 1, Pedro usa a estratégia de adicionar sucessivamente. O aluno começa por adicionar 60 com 60, o que corresponde a 10 embalagens de 6 garrafas. Em seguida adiciona 12, perfazendo o total de garrafas dado,132.

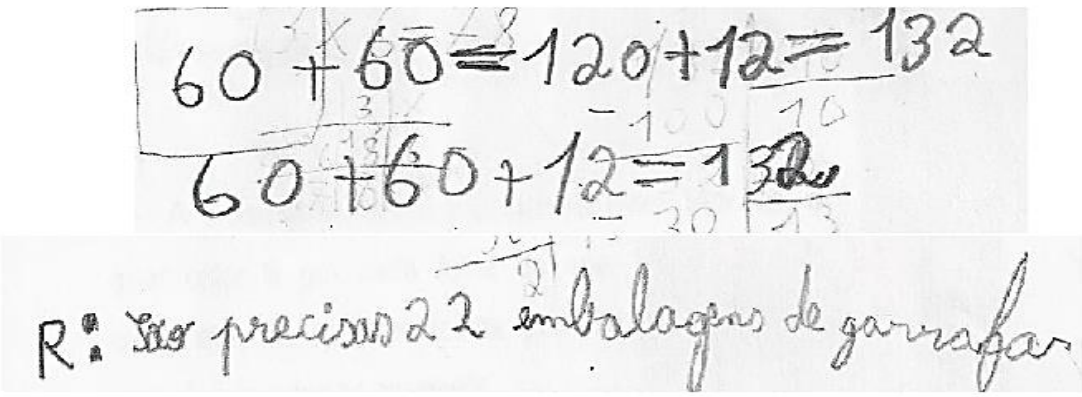


Figura 32 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 6 – Outra Máquina de Bebidas.

Relativamente à resolução da tarefa 4 subtarefa 1, Pedro recorre à estratégia de decomposição não decimal de um dos fatores, usando produtos parciais.

Era preciso saber o número de embalagens para encher a máquina de bebidas, uma vez que cada embalagem tem 6 garrafas de água.

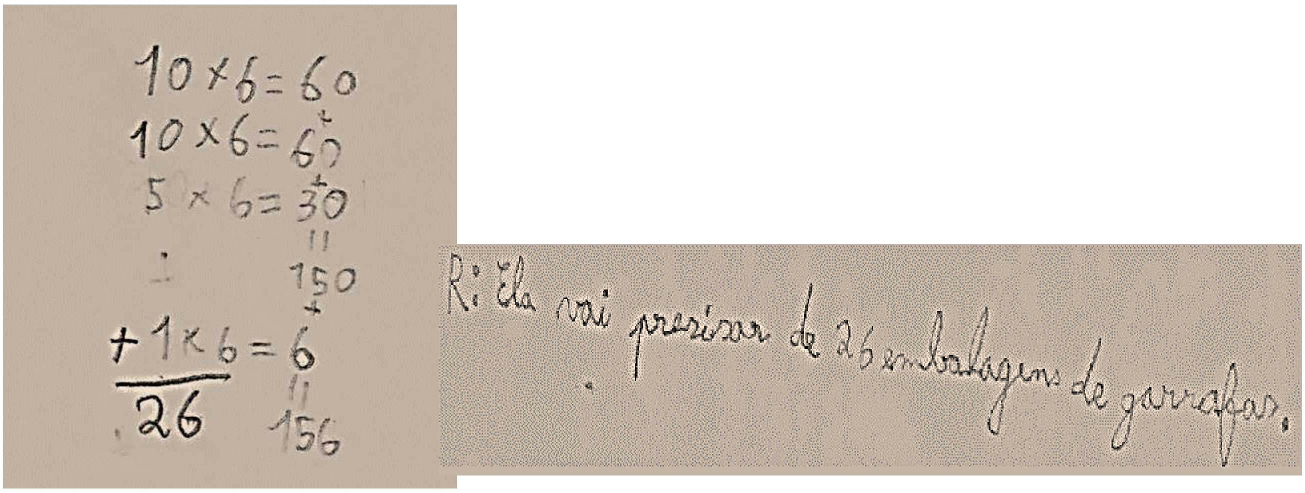


Figura 33 – Resolução de Pedro na subtarefa 1 da Tarefa 4 – Máquina de Bebidas

Este aluno usa o seu conhecimento sobre os múltiplos do 5 e do 10 para efetuar produtos parciais, até perfazer 156. Esta estratégia tem subjacente o uso da propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição.

6.2.2 Síntese das estratégias usadas por Pedro e as dificuldades manifestadas

Pedro foi um aluno que mostrou interesse e empenho durante as resoluções das tarefas propostas. Gostava de apresentar à turma as suas resoluções, bem como explicar como pensou.

De seguida, apresento na tabela 12 a síntese das estratégias usadas por Pedro.

Tabela 12 – Frequência das estratégias usadas por Pedro

Categorias de estratégias	Tarefas	T1			T3		T4		T6		T8				T9	T10		T11	T12			T13	
	Subtarefas	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	3	4	1	1	2	1	1	2	3	1	2
Estraté-gias de adição	Adicionar Sucessivamente								X														
	Adicionar 2 a 2				X																		
	Usar múltiplos de 5 e 10						X																
	Usar a decomposição não decimal de um dos fatores						X																
	Usar o método gelosia	X	X																			X	
Estratégias de divisão	Cálculo em coluna com subtrações sucessivas			X		X		X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Não resolveu ou fê-lo incorretamente										X								X					

A análise da tabela 12 e das produções escritas evidencia que Pedro parece ser constante na escolha da estratégia para resolver tarefas com contexto de divisão. Das 22 subtarefas propostas, o aluno resolve 17 usando a estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas, ou seja, os números e o contexto das tarefas propostas parecem não influenciar a escolha das estratégias.

Durante a discussão na sala de aula, Pedro menciona que lhe é difícil subtrair mentalmente os números que coloca no dividendo e, por isso, opta pelo cálculo em coluna, registando todos os passos que vai realizando.

Uma vez que efetua muitas subtrações sucessivas, cometeu algumas incorreções nesse tipo de cálculo.

6.3 João

6.3.1 Caracterização das estratégias

Nesta seção apresento e analiso as estratégias usadas por João, na resolução das tarefas propostas.

Nas duas primeiras subtarefas de multiplicação, João recorre ao método de gelosia para efetuar os cálculos 25 X24 e 25 x 48. Esta sua preferência parece estar relacionada com o facto de a professora titular da turma lhe ter ensinado este método de multiplicar, tal como aconteceu com Beatriz e Pedro. A figura seguinte apresenta a resolução do João na primeira subtarefa.

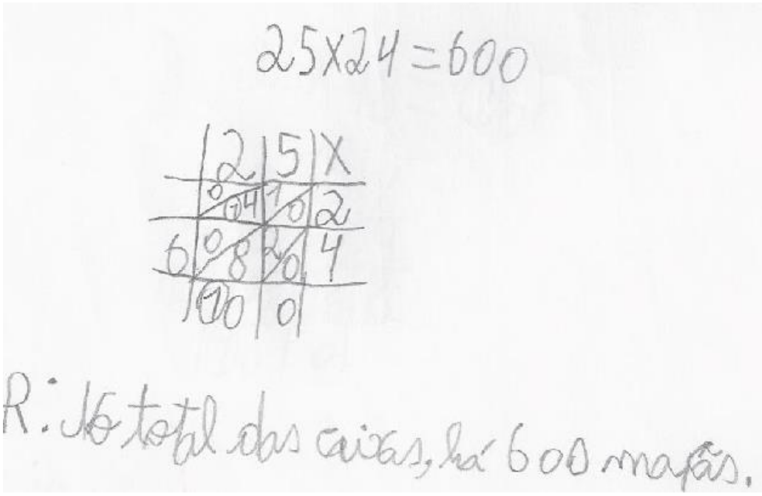


Figura 34 – Resolução de João na subtarefa 1 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas.

A sua resolução evidência que o aluno sabe usar de modo adequado o método de gelosia para efetuar cálculos multiplicativos.

Nas resoluções das tarefas seguintes, com contexto de divisão, João opta por usar estratégias multiplicativas usando decomposições decimais ou não, para efetuar os cálculos necessários.

Na subtarefa 3 da tarefa 1, um problema com contexto de divisão, João reconhece que está perante esta operação, representando 1200÷24.

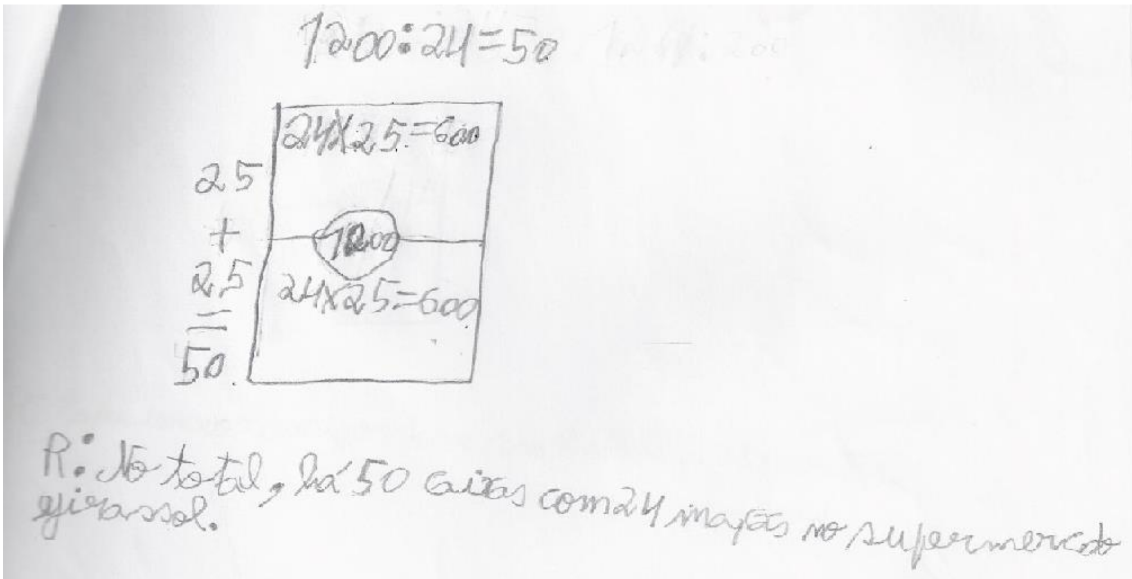


Figura 35 – Resolução de João na subtarefa 3 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas

Para resolver o problema de divisão, opta por usar a decomposição não decimal de um dos fatores, procurando o número que multiplicado por 24 se aproxima, ou é igual a 1200. Estes cálculos são apoiados no modelo retangular.

O uso deste método foi veiculado pela professora titular na sala de aula a propósito da resolução de problemas de multiplicação e divisão.

Uma vez que na resolução da tarefa anterior o aluno já tinha efetuado o cálculo 24 x25, usa este produto para calcular 50x24, tendo subjacente a decomposição de 50 em 25 +25. Embora procure o número que multiplicado por 24 seja igual 1200, João apresenta os cálculos indicando sempre 24 em primeiro lugar.

Nas tarefas seguintes (tarefa 3 – subtarefa 1 e 2), João usa a decomposição decimal de um dos fatores, recorrendo à multiplicação, continuando a apoiar-se no modelo retangular para calcular. A figura seguinte mostra a sua resolução da subtarefa 2 da tarefa 3.

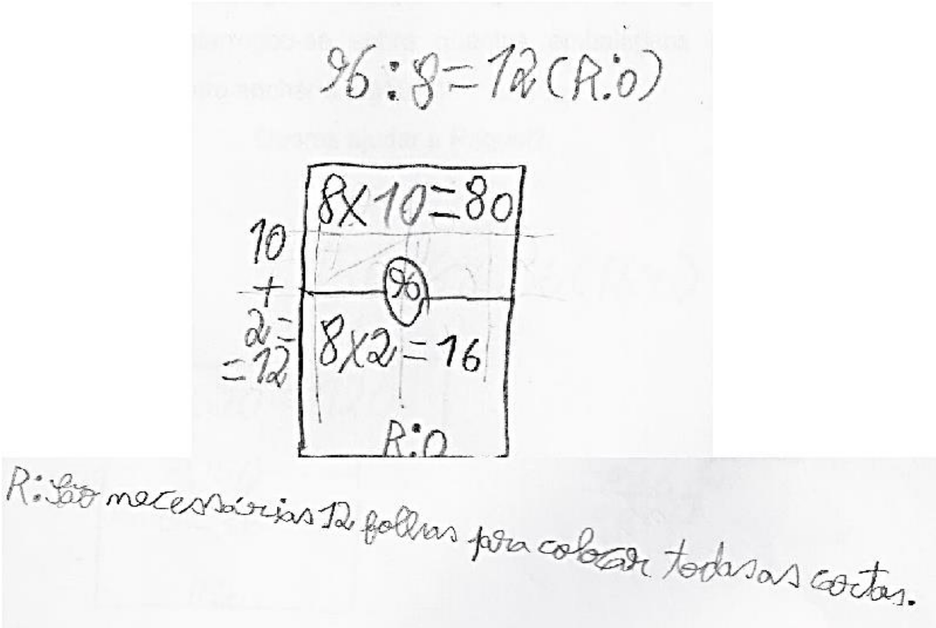


Figura 36 – Resolução de João na subtarefa 2 da Tarefa 3 – Colecionar cartas.

Para calcular o número que multiplicado por 8 é igual a 96, João recorre aos produtos parciais 8x10 e 8x2, identificando 12 como o quociente da divisão de 96 por 8.

A mesma estratégia multiplicativa é usada na resolução da subtarefa 1 da tarefa 3.

No caso da tarefa Máquina de bebidas, João identifica o cálculo 156÷6 e usa a mesma estratégia mencionada anteriormente.

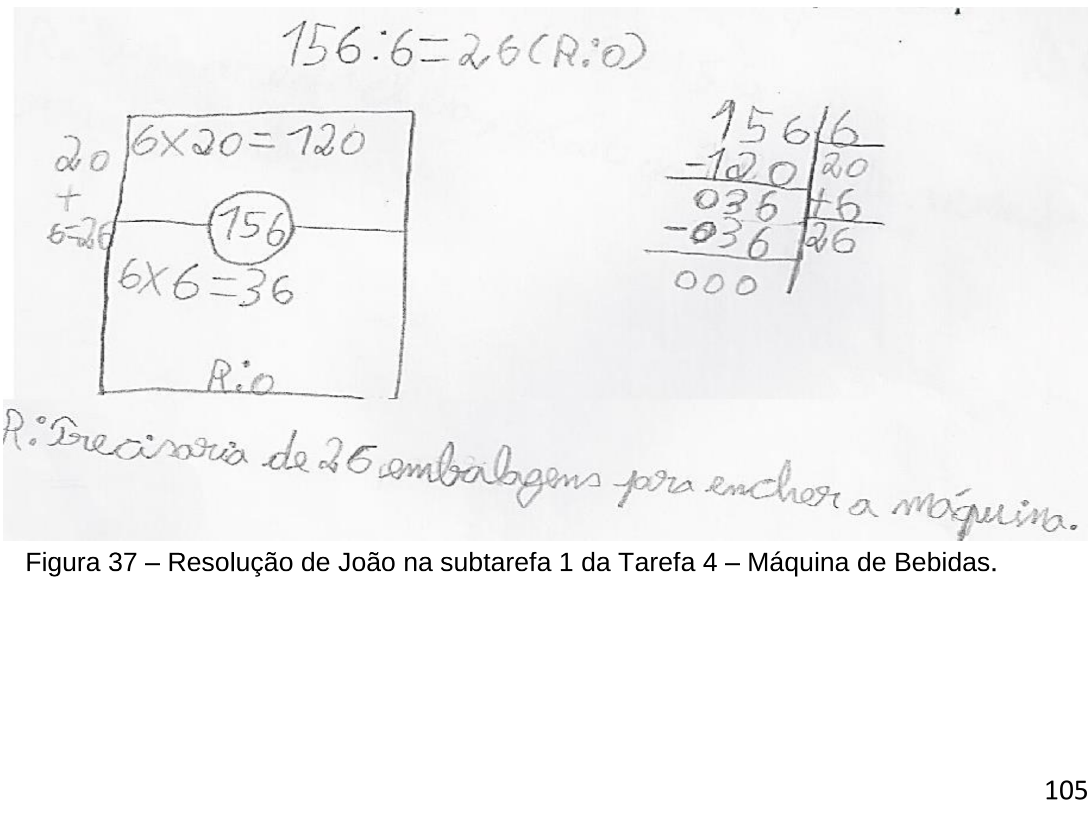


Figura 37 – Resolução de João na subtarefa 1 da Tarefa 4 – Máquina de Bebidas.

Para além de usar os produtos parciais 6x20 e 6x6, apoiada no modelo retangular, o aluno recorre ainda a uma estratégia de divisão, cálculo em coluna com subtrações sucessivas. Aparentemente, o recurso a esta última estratégia serviu para confirmar o resultado já obtido. A mesma situação também ocorre na tarefa 6 – subtarefa 1.

Na subtarefa 2 da tarefa 4, subtarefa 2 da tarefa 6 e a subtarefa 2 da tarefa 12, o João utiliza uma outra estratégia, recorre a produtos conhecidos. No caso que exemplifico de seguida (subtarefa2 da tarefa 12), era preciso calcular o número de sacos necessário para embalar 80 rebuçados, em que cada saco tivesse 8 rebuçados.

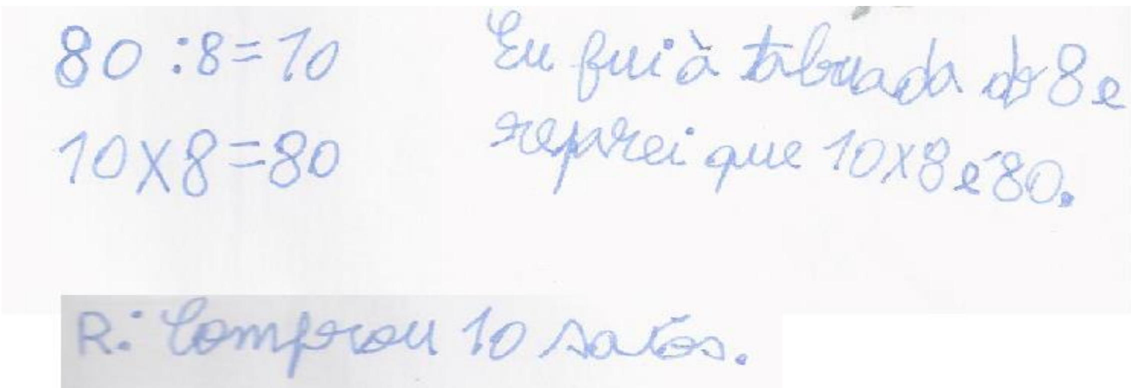


Figura 38 – Resolução de João na subtarefa 2 da Tarefa 12 – Festa de anos.

Para além de parecer evidente, para João, a relação entre a multiplicação e a divisão, o uso desta estratégia parece estar relacionada com os números envolvidos nos cálculos.

A análise das produções de João e a análise da tabela 13 mostram que, a partir de certa altura, este aluno opta frequentemente por estratégias de divisão. É o que acontece na tarefa 8 – subtarefa 1, 2, 3 e 4 e na tarefa 9 – subtarefa 1. Por exemplo, a figura seguinte mostra a resolução de João a propósito da subtarefa 3 da tarefa 8, em que era necessário calcular 525 ÷ 5.

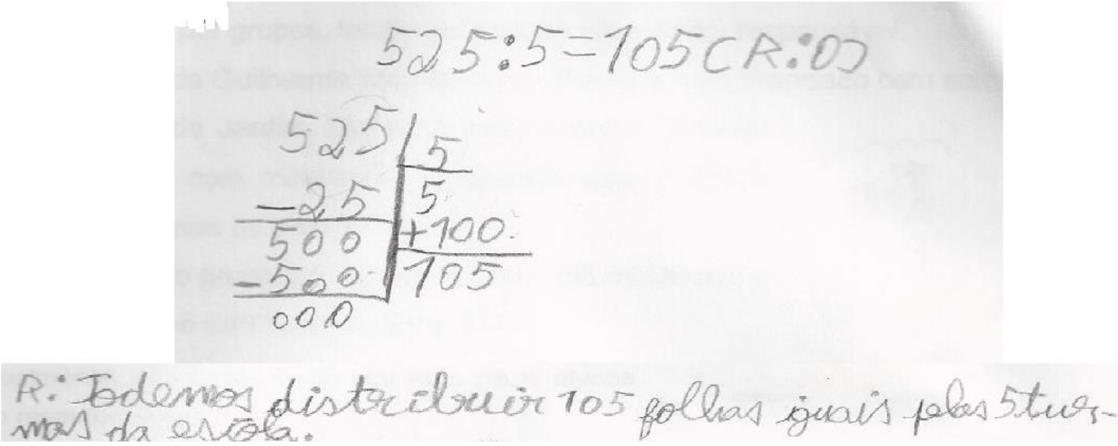


Figura 39 – Resolução de João na subtarefa 3 da Tarefa 8 – Tarefas e mais tarefas.

O aluno opta pelo cálculo em coluna, procurando o número que multiplicado por 5 é igual a 525. Começa por pensar no 5, e depois no 100, identificando o número 105 como o quociente procurado.

Nas tarefas 10 - subtarefa 1, 2, tarefa 11 – subtarefa 1, tarefa 12 – subtarefa 1 e na tarefa 13 – subtarefa 2 a estratégia que o aluno selecionou para resolver as subtarefas foi o algoritmo de divisão. Apresento um exemplo de seguida.

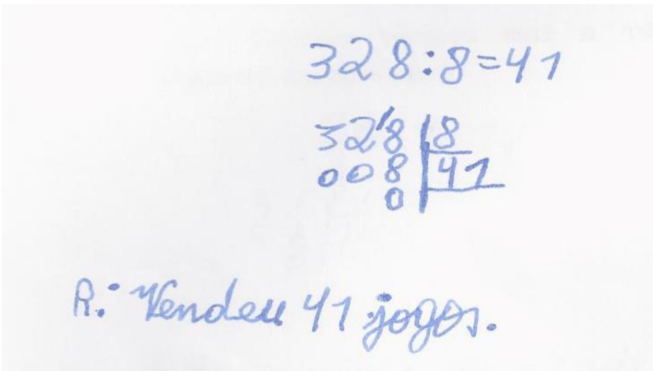


Figura 40 – Resolução de João na subtarefa 1 da Tarefa 11 – Jogo de Consola.

Percebe-se que o aluno calcula com dígitos, uma vez que começa por pensar em 32 e não no número completo 328.

Na tarefa 12 – subtarefa 3 o João apresenta uma estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas, auxiliando-se da multiplicação sucessiva para obter um quociente.

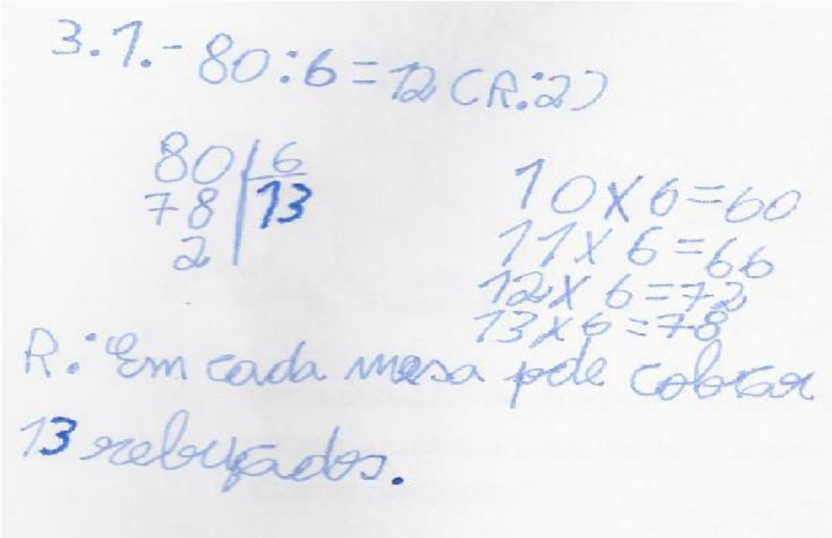


Figura 41 – Resolução de João na subtarefa 3 da Tarefa 12 – Festa de anos.

João identifica o problema como divisão. O aluno opta por procurar o quociente que multiplicado por 6 fosse o mais próximo possível de 80. Depois efetua a subtração entre 80 e 78 (produto de13 x 6), obtendo o resto 2.

Na tarefa 13 da subtarefa 1, João recorre novamente a duas estratégias: multiplicação sucessivamente a partir de um produto de referencia e o algoritmo da divisão.

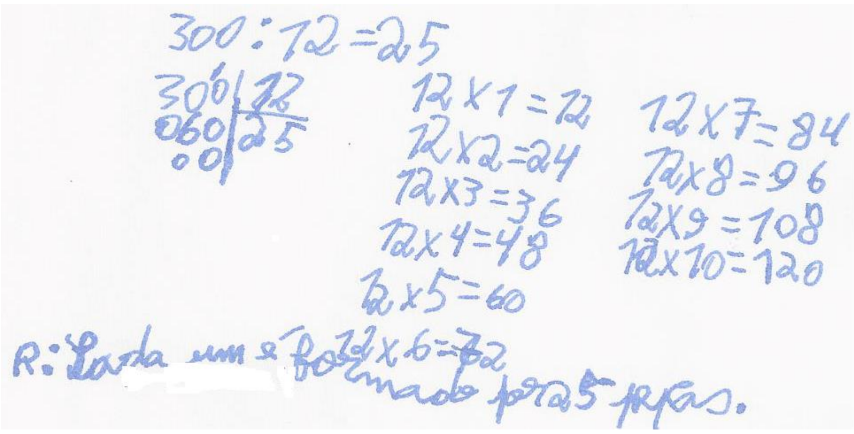


Figura 42 – Resolução de João na subtarefa 1 da Tarefa 13 – Puzzles.

João parece ter recorrido inicialmente, ao cálculo multiplicativo, mas desiste dessa estratégia e opta por usar o algoritmo da divisão.

Aparenta que, João se auxiliou do cálculo multiplicativo para obter um número que ao multiplicar por 12 fosse igual ou próximo de 30. O que significa que João calcula com dígitos, uma vez que começa por pensar no 30 e não no número na sua totalidade, 300.

6.3.2 Síntese das estratégias usadas por João e as dificuldades manifestadas

Durante a resolução das tarefas João evidencia que tem confiança nos seus conhecimentos, pois sempre que surgia alguma dificuldade, o aluno recorria a outra estratégia que lhe permitisse resolver as subtarefas.

A análise das produções, apresentada na tabela13 evidenciam que João para resolver as tarefas de divisão usa, na maioria das vezes, duas estratégias: cálculo em coluna com subtrações sucessivas e o algoritmo da divisão.

Tabela 13 – Frequência das estratégias usadas por João

Categorias de estratégias	Tarefas	T1			T3		T4		T6		T8				T9	T10		T11	T12			T13	
	Subtarefas	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	3	4	1	1	2	1	1	2	3	1	2
Estratégias de multiplicação	Usar produtos conhecidos							X		X										X			
	Usar a decomposição não decimal de um dos fatores			X																			
	Decomposição decimal de um dos fatores				X	X	X		X														
	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência																				X	X	
	Usar o método gelosia	X	X																				
Estratégias de divisão	Cálculo em coluna com subtrações sucessivas						X		X		X	X	X	X	X						X		
	Usar o algoritmo de divisão															X	X	X	X			X	X
Não resolveu ou fê-lo incorretamente																							

Na resolução de sete subtarefas o aluno utilizou a estratégia cálculo em coluna com subtrações sucessivas, mas duas delas incluía também a estratégia de decomposição decimal de um dos fatores.

O João apresenta também 6 subtarefas com a estratégia algoritmo de divisão, em que uma delas, o aluno auxilia-se da estratégia multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência.

Parece que a partir da tarefa 4 subtarefa 1, João recorre à estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas e depois a partir da tarefa 10 subtarefa 1, o aluno começa por usar a estratégia de algoritmo de divisão.

Nas 6 subtarefas finais o aluno mostra que consegue resolver as tarefas recorrendo ao algoritmo de divisão. Ainda assim, quando parece ter mais dificuldade em efetuar o algoritmo, João recorre aos produtos sucessivos da multiplicação, que parece auxiliar nos cálculos que precisa realizar.

João parece evidenciar uma boa compreensão sobre a divisão e a sua relação com as outras operações, sobretudo com a multiplicação. Por exemplo, João ao resolver a subtarefa1 da tarefa13, com o algoritmo de divisão, recorre a estratégia de multiplicação sucessiva a partir de um produto de referência para auxiliar os cálculos efetuados no algoritmo. Ao utilizar estas duas estratégias reconheço que, este aluno sabe que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

Não apresentou grandes dificuldades durante a resolução das tarefas, pois conseguiu resolver todas as subtarefas autonomamente. Mostra um bom domínio das tabuadas, permitindo-lhe resolver rapidamente as subtarefas de divisão.

6.4 Diogo

6.4.1 Caracterização das estratégias

Nesta parte apresento e analiso as estratégias usadas por Diogo na resolução dos problemas propostas.

Diogo começa por resolver as oito primeiras subtarefas recorrendo a estratégias de multiplicação.

Na tarefa 1 o aluno usa três diferentes estratégias multiplicativas. Na subtarefa 1 da tarefa 1, Pedro recorre ao modelo da gelosia para calcular 24x25, como mostra a figura seguinte.

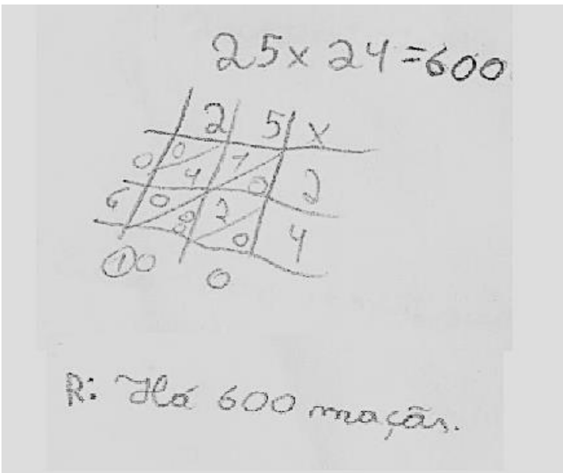


Figura 43 – Resolução de Diogo na subtarefa 1 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas

O recurso a esta estratégia parece estar relacionado com o facto, de a professora titular da turma lhes ter ensinado para calcular problemas de contexto de multiplicação.

A resolução de Diogo mostra que sabe usar de modo correto o método de gelosia para efetuar cálculos multiplicativos.

No entanto na subtarefa 2 da tarefa 1, Pedro parece relacionar o resultado obtido na subtarefa 1 e mostra que através da estratégia relação de dobro consegue obter com sucesso o resultado final.

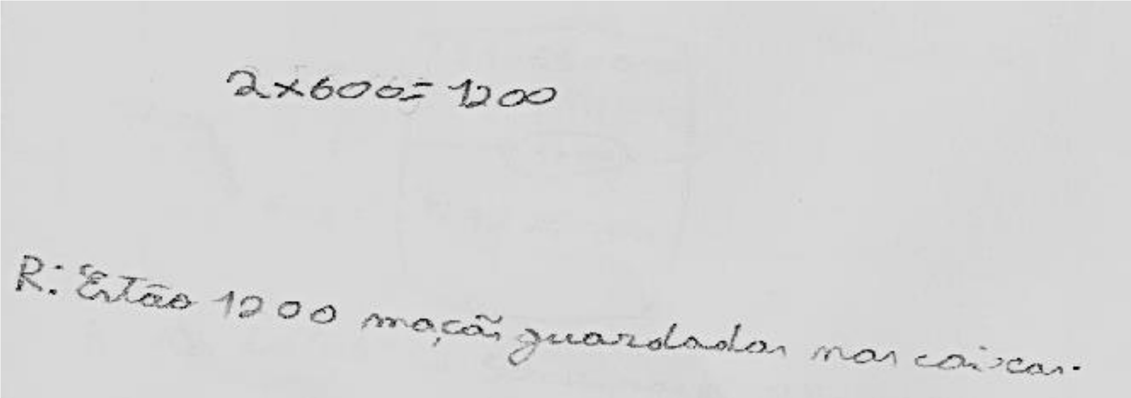


Figura 44 – Resolução de Diogo na subtarefa 2 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas

O resultado obtido provém do uso da relação de dobro, ou seja Diogo sabe que na subtarefa 1 da tarefa 1 o resultado do número de maçãs das 24 caixas era 600. Uma vez que na subtarefa 2 o número de caixas é o dobro de 24, ou seja 48, o aluno apenas teve que obter o dobro de 600. Verifica-se que Diogo sabe que o dobro é 2x 600 = 1200.

Na subtarefa 3, Pedro identifica e representa (1200÷ 24) como um problema de divisão, e usa uma estratégia de decomposição não decimal de um dos fatores, subjacente ao modelo retangular.

Uma vez que na subtarefa 1 da tarefa 1 o aluno já tinha efetuado os cálculo de 24x25, usa os produtos para calcular 50 x 24, tendo representado a decomposição do 50, em 25 + 25.

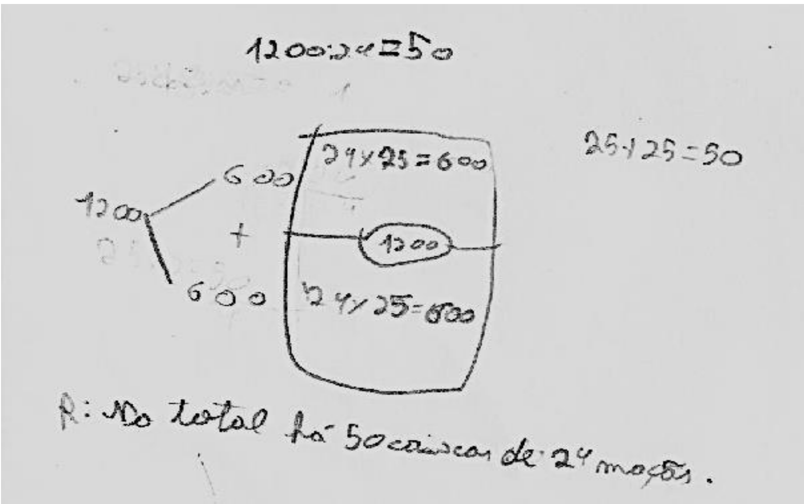


Figura 45 – Resolução de Diogo na subtarefa 3 da Tarefa 1 – Pilhas de caixas

A análise das produções escritas de Diogo mostra que a certa altura, Diogo opta frequentemente pela estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas, uma estratégia de divisão. É o que acontece nas seguintes tarefas: tarefa 3 – subtarefas 1, 2, tarefa 4 – subtarefa 1 e na tarefa 6 – subtarefa 1.

Por exemplo, na subtarefa 1 da tarefa 4, Diogo identifica e representa o cálculo 156÷6 e começa por colocar números no quociente que, ao multiplicar por 6 se aproximem do dividendo, 156.

Parece que Diogo começa por multiplicar 1 por 6, subtraindo rapidamente o 6 do 156. De seguida, multiplicar duas vezes o 10 pelo 6, para subtrair o seu produto no dividendo. Finaliza as subtrações sucessivas com o produto de 5x6, dando resto zero.

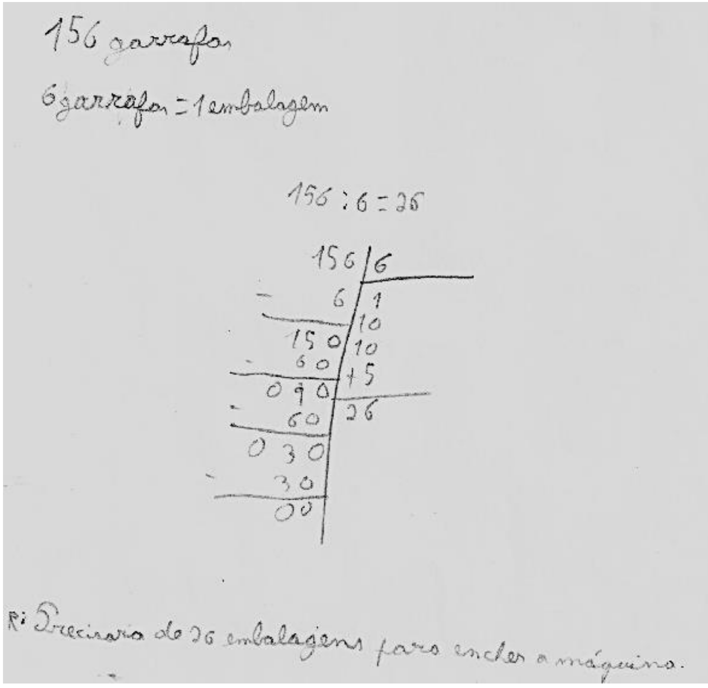


Figura 46 – Resolução de Diogo na subtarefa 1 da tarefa 4 – Máquinas de Bebidas

Além das estratégias apresentadas anteriormente, Pedro opta na tarefa 4-subtarefa 2, por usar a estratégia de produtos conhecidos. Embora este não seja um produto conhecido habitual, o aluno evidencia que relaciona com a tarefa anterior, onde os números envolvidos eram os mesmos (subtarefa 1 da tarefa 4).

A figura seguinte mostra que Diogo recorre ao resultado da subtarefa 1 da tarefa 4 para responder a um problema de divisão. Parece que Diogo evidência a relação entre a multiplicação e a divisão.

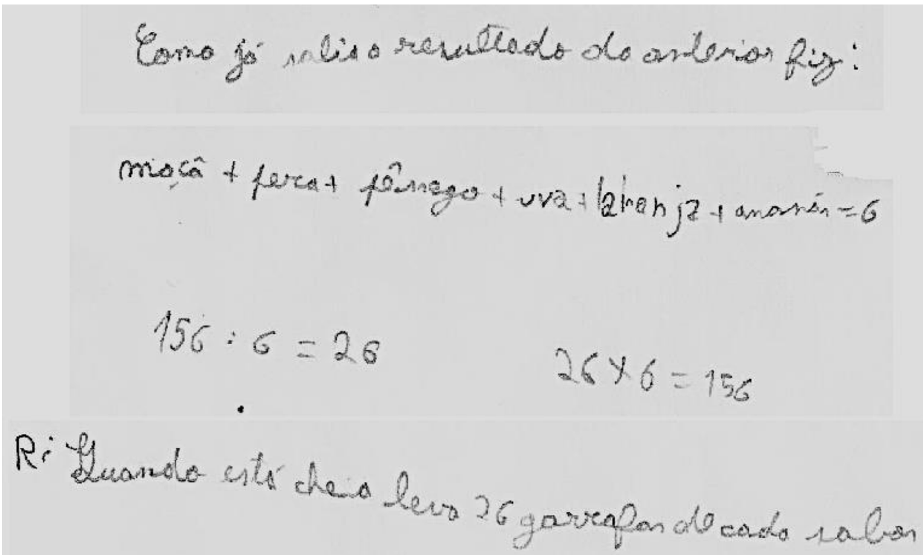


Figura 47 – Resolução de Diogo na subtarefa 2 da Tarefa 4 – Máquinas de Bebidas

Outra estratégia que Diogo recorre para resolver a tarefa 6 – subtarefa 2 foi a subtração sucessiva.

Embora a representação esteja incorreta do ponto de vista matemático, Diogo subtrai sucessivamente 10, primeiro ao 22 e depois ao 12.

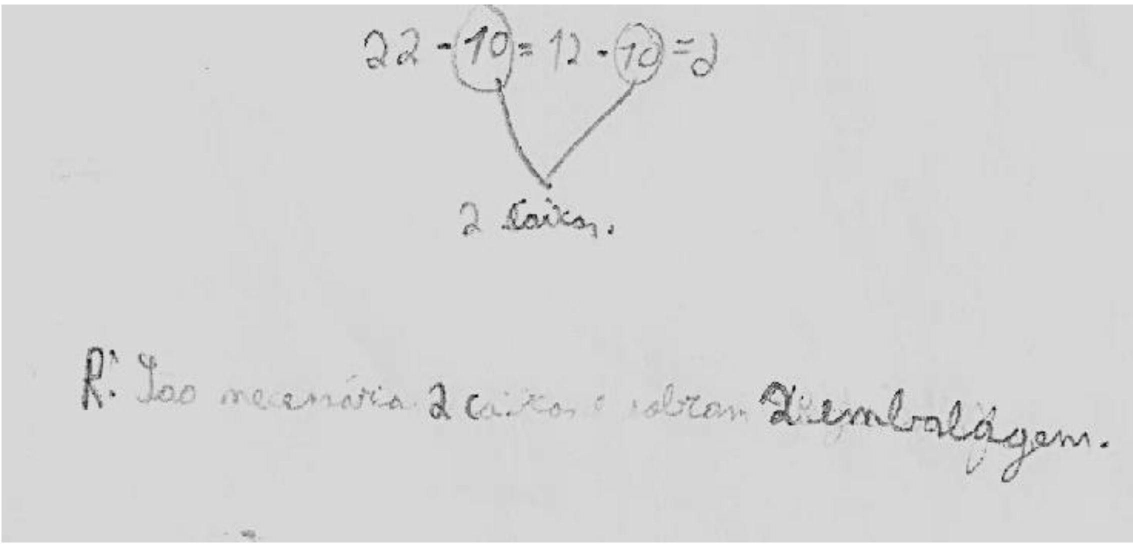


Figura 48 – Resolução de Diogo na subtarefa 2 da Tarefa 6 – Outra Máquina de Bebidas

Diogo opta frequentemente por uma estratégia de algoritmo de divisão. Deste modo o aluno recorre a esta estratégia para resolver as seguintes tarefas: tarefa 8 – subtarefa 1, 2, 3, 4; tarefa 9 – subtarefa1; tarefa 10 – subtarefa 1, 2; tarefa 11 – subtarefa 1; tarefa 12 – subtarefa 1, 2, 3 e na tarefa 13 – subtarefa 1, 2.

Por exemplo na subtarefa 1 da Tarefa 12, Diogo parece calcular com dígitos, uma vez que começa por pensar em 5 e não no número completo, 56.

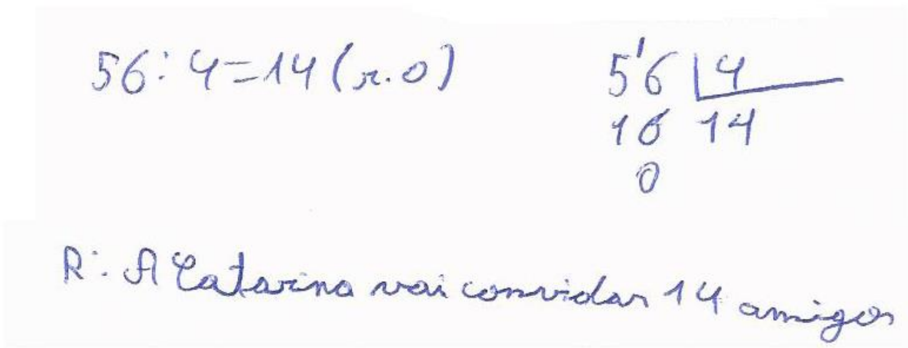


Figura 49 – Resolução de Diogo na subtarefa 1 da Tarefa 12 – Festa de anos

6.4.2 Síntese das estratégias usadas por Diogo e as dificuldades manifestadas

O Diogo é um aluno que mostra e usa os conhecimentos adquiridos, ao logo do seu percurso escolar.

As produções escritas do Diogo registam alguns aspetos que mostram um bom domínio das operações: subtração, multiplicação e divisão.

É também relevante o facto que o Diogo compreende o efeito das operações, bem como a sua relação. Desta forma, este aluno revela conhecimentos e destreza com os números e operações.

Ao analisar a tabela 14 verifico que a estratégia que Diogo usa com maior frequência foi o algoritmo de divisão.

Tabela 14 – Frequência das estratégias usadas por Diogo

Categorias de estratégias	Tarefas	T1			T3		T4		T6		T8				T9	T10		T11	T12			T13	
	Subtarefas	1	2	3	1	2	1	2	1	2	1	2	3	4	1	1	2	1	1	2	3	1	2
Estratégias de subtração	Subtrair sucessivamente									X													
Estratégias de multiplicação	Usar produtos conhecidos							X															
	Usar a decomposição não decimal de um dos fatores			X																			
	Usar relação de dobro e metade		X																				
	Usar o método gelosia	X																					
Estratégias de divisão	Cálculo em coluna com subtrações sucessivas				X	X	X		X														
	Usar o algoritmo de divisão										X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

No início das tarefas o aluno apresenta várias estratégias mas a partir da tarefa 8, Diogo usa apenas o algoritmo da divisão, sem recorrer a outra estratégia para o apoiar nos cálculos.

Considero que houve uma evolução no sentido do uso cada vez mais frequente de estratégias formais, tal como o algoritmo de divisão. A primeira tarefa de divisão (tarefa 1- subtarefa 3) o aluno apresenta a estratégia de decomposição não decimal de um dos fatores, através do modelo retangular.

No entanto, nas seguintes subtarefas Diogo recorre ao cálculo em coluna com subtrações sucessivas e, depois ao algoritmo de divisão. Em nenhuma das suas resoluções usa a estratégia multiplicar sucessivamente a partir de um produto para auxiliar os seus cálculos.

Deste modo, parece que o Diogo tem um bom conhecimento da operação de multiplicação, bem como das tabuadas. Diogo mostra que compreende o conceito de divisão, nomeadamente a relação entre a multiplicação e a divisão.

Todas as estratégias que o Diogo usa nas subtarefas incidem num cálculo estruturado, atingindo todos os objetivos das tarefas e subtarefas propostas.

Este aluno justifica por extenso os seus resultados e sempre que é solicitado verbaliza as estratégias a que recorreu para resolver as subtarefas, de forma clara e rigorosa. Deste modo, é um aluno muito participativo e gosta de apresentar à turma as resoluções das suas subtarefas.

Capítulo 7

Conclusão

Neste capítulo apresento uma síntese do estudo, no qual recordo o objetivo e as questões da investigação, a opções metodológicas e o contexto em que esta se desenvolveu.

De seguida apresento as conclusões da investigação, de acordo com as questões em estudo. Termino com uma breve reflexão sobre aspetos que influenciaram a resolução das tarefas e a realização do trabalho.

7.1. Síntese do estudo

Ao realizar este estudo, pretendi compreender como os alunos do 4.º ano de escolaridade resolviam tarefas associadas à operação divisão. Neste sentido, formulei duas questões que me permitiam analisar quais as estratégias usadas pelos alunos nas resoluções das tarefas de divisão e que dificuldades manifestaram.

Em termos metodológicos, optei por uma metodologia de investigação qualitativa de caráter interpretativo. Pretendi compreender a forma como os alunos pensam e resolvem as 13 tarefas propostas associadas à divisão, dando assim uma resposta às questões apresentadas anteriormente.

Quanto à análise de dados, este estudo possibilitou-me analisar, identificar e interpretar diversas estratégias usadas pelos alunos durante as resoluções das tarefas. Além disso, e através de conversas informais e dos registos escritos pude compreender as dificuldades dos alunos perante uma tarefa associada à operação de divisão.

7.2. Conclusões do estudo

Este estudo foi orientado por duas questões associadas à aprendizagem da divisão, a caracterização das estratégias usadas pelos alunos durante a resolução das tarefas propostas e as dificuldades que manifestaram. Deste modo, a conclusão está organizada segundo as questões que orientaram este estudo.

- Quais são as estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas de divisão?

Ao analisar os dados obtidos neste estudo pude evidenciar que a variedade de estratégias usadas pelos quatro alunos na resolução das tarefas propostas varia de acordo com os seus conhecimentos sobre as quatro operações aritméticas, as suas propriedades e relações numéricas. Tal como afirma Ponte e Serrazina (2000) as estratégias que os alunos usam para resolver tarefas de divisão relacionam-se com as outras operações.

Para Jesus (2005) os conhecimentos das operações de adição, subtração e multiplicação são essenciais para apropriar-se do conceito de divisão. Deste modo, os alunos conseguem resolver as tarefas através de estratégias que envolvem as quatro operações.

Contudo, a meu ver deve-se dar especial ênfase à relação entre a divisão e a multiplicação, uma vez que os alunos ao usarem esta relação podem pensar e resolver tarefas de divisão, de forma flexível (ME, 2007; NCTM, 2008; Ponte e Serrazina, 2000). Ainda o NCTM (2008) refere que os alunos devem “centrar-se nos significados e nas relações entre a multiplicação e a divisão (p. 175).

Todavia, as estratégias mais usadas pelos alunos foram o cálculo em coluna com subtrações sucessivas e o algoritmo de divisão. Para Ambrose, et. al, (2003) e Mendes (2012) o recurso às diversas estratégias podem estar associadas aos conhecimentos já adquiridos pelos alunos nos anos letivos anteriores, uma vez que se encontram no 4º ano de escolaridade e já detêm saberes sobre as propriedades das operações aritméticas e dos factos numéricos.

Inicialmente parece que os alunos resolvem as primeiras tarefas de divisão, recorrendo a estratégia de cálculo em coluna com subtrações sucessivas, esbatendo-se esta tendência para os alunos Beatriz, Diogo e João. Pedro recorre sempre a estratégia supramencionada para resolver todas as subtarefas de divisão.

Outro aspeto que sobressaiu durante a análise das produções escritas foi a utilização de várias estratégias na mesma tarefa. A meu ver este facto parece estar relacionado com o intuito do aluno querer confirmar o resultado obtido pela primeira estratégia utilizada e/ou a falta de conhecimentos nos processos multiplicativos. Beatriz usa, na maioria das vezes, duas estratégias para resolver a mesma tarefa, ou seja a estratégia de multiplicar sucessivamente a partir do produto de referência e o cálculo em coluna com subtrações sucessivas nas tarefas: tarefa 3 – subtarefa 1, 2; tarefa 4 – subtarefa 1; tarefa 6 – subtarefa 1; tarefa 9 -subtarefa 1; tarefa 10- subtarefa1, 2 e as estratégias de multiplicar sucessivamente a partir do produto de referência e o algoritmo de divisão na tarefa 8 – subtarefa 1, 2, 4; tarefa 12 – subtarefa 1, 2 e na tarefa 13 – subtarefa 1.

A utilização da estratégia de multiplicar sucessivamente a partir do produto de referência, por parte da Beatriz parece ser uma forma de obter um resultado multiplicativo de confiança, para depois usar em outra estratégia.

A partir da tarefa 8, o João e a Beatriz começam a usaram a estratégia de algoritmo de divisão, enquanto o João inicia na tarefa 10. A utilização do algoritmo de divisão foi explorada na sala de aula, mas salientei sempre a importância da compreensão da operação da divisão e da sua relação com a multiplicação.

Houve ainda a utilização de outras estratégias por parte dos alunos em estudo, tais como adicionar sucessivamente, adicionar 2 a 2, subtrair sucessivamente, usar produtos conhecidos, usar múltiplos de 5 e 10, usar a decomposição decimal de um dos fatores, a decomposição decimal de um dos fatores, multiplicar sucessivamente a partir de um produtos de referência e usar a relação de dobro e metade. No entanto, parece que estas estratégias não foram usadas tão frequentemente pelos quatro alunos nas resoluções das tarefas propostas. Estes privilegiaram sobretudo do cálculo em coluna e o algoritmo da divisão.

- Que dificuldades manifestaram?

Relativamente às dificuldades manifestadas pelos alunos identifico duas delas. A primeira dificuldade parece estar relacionada com o conhecimento e operacionalização da multiplicação.

Parece que os alunos ao não estarem consciencializados para, a relação inversa entre a divisão e a multiplicação tiveram mais dificuldade na operacionalização da operação de divisão, uma vez que nem todos têm consciência da relação inversa entre a divisão e a multiplicação. Mendes (2013, p. 6) refere que " a aprendizagem da divisão é muito mais do que saber usar o algoritmo de divisão, significa reconhecer esta operação em diferentes situações, ser capaz de compreender e usar a relação entre divisão e a multiplicação (…) ".

Beatriz antes de resolver a subtarefa 1 da tarefa 3 – Colecionar cartas necessitou de uma breve explicação sobre a relação entre divisão e a multiplicação, pois verbalizava que não sabia fazer resolver tarefas de dividir.

Ainda no que diz respeito à multiplicação, parece que os alunos recorrem a estratégia de multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência, para obter um número igual ou próximo do dividendo e assim obtinham o quociente. Este facto parece estar relacionado com a aprendizagem das tabuadas, ou seja, estes alunos podem não ter memorizado as tabuadas. Brocardo, Delgado e Mendes (2007, p. 14) mencionam que " depois de um conhecimento profundo sobre as tabuadas e do recurso a diversas estratégias de cálculo para as construir, os alunos devem ser incentivados a memorizá-las".

A segunda dificuldade está associada ao uso das subtrações sucessivas. Fosnot e Dolk (2001) referem que a subtração sucessiva é uma estratégia de resolver problemas de divisão. Contudo, verificou-se que os alunos ao recorrem à estratégia supramencionada parecem ter maior probabilidade de se enganarem. Pedro por vezes erra nos cálculos subtrativos, o que influência o resultado final. Neste sentido, um aluno que tenha dificuldades em efetuar subtrações pode ter dificuldades na resolução de tarefas associadas à divisão.

Refletindo sobre estas dificuldades penso que é essencial que os alunos consolidem as aprendizagens referentes às operações ariméticas e às suas propriedades. É importante também que os alunos compreendam a divisão e a sua relação com as restantes operações, sobretudo com a multiplicação. Tal como Mendes (2012) refere "muitos dos alunos que manifestam mais dificuldades na divisão são os mesmos que também revelam algumas dificuldades na multiplicação" (p. 417).

7.3. Em jeito de conclusão

Considero importante apresentar uma breve reflexão sobre todo o trabalho em volta deste estudo, identificando aspetos positivos e algumas limitações.

Para realizar este trabalho foi essencial um aprofundamento sobre o tema em estudo. Para isso realizei uma recolha de textos, que contribuiu para o enriquecimento do trabalho escrito, bem como para o meu conhecimento. As leituras efetuadas orientaram-me para questões pertinentes sobre a aprendizagem da divisão no âmbito da sala de aula e para o trabalho do professor.

Para mim, a revisão da literatura e a prática de sala de aula são as bases para formar um professor. Conseguir compreender e relacionar os textos de autores com a realidade, permite que os professores recorram a esses textos para apoiar a sua prática.

Penso que, enquanto professora é fundamental evoluir em termos investigativos, uma vez que ao realizar este estudo pude "formatar" o meu olhar para compreender as estratégias que os alunos usam em tarefas de divisão e que dificuldades manifestaram. Esta atitude proporciona um desenvolvimento da capacidade de analisar, refletir e organizar o trabalho de um professor para melhorar as suas competências, e paralelamente as aprendizagens dos alunos.

Percebi também que é importante refletir em turma sobre as diferentes estratégias usadas pelos alunos na resolução de tarefas, pois a variedade de estratégias ajudam os alunos a compreender que não existe uma única maneira de resolver. É importante que cada aluno seja incentivado a criara estratégias de cálculo, visto que desenvolvem a compreensão da operação e dos números envolvidos. Além disso, analisar as estratégias dos alunos permite compreender a sua evolução, em termos da sua aprendizagem.

Quanto às limitações do estudo, penso que o tempo na prática é muito escasso, e além disso foram desenvolvidas na mesma turma mais do que uma investigação. Apesar disso, consegui colocar em prática as tarefas propostas e parece que houve alguma evolução, por parte dos alunos, na aprendizagem da operação de divisão.

Bibliografia

Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação: Guia Prático e crítico.* Lisboa: ASA.

Ambrose, R., Baek, J.-M., & Carpenter, T. P. (2003). Children`s Invention of multidigit Multiplication and Division Algorithms. Em A. Barrody., & A. D. (edits), *The Developmente of aritmetic Concets and Skills* (pp. 305-336). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Arends, R. I. (1995). *Aprender a Ensinar.* Lisboa: Mcgraw-Hill de Portugal.

Bardin, L. (2000). *Análise de Conteúdo.* Lisboa: Edições 70.

Bell, J. (1997). *Como realizar um projecto de investigação.* Lisboa: Gradiva.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação.* Porto: Porto Editora.

Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O Sentido do Número no Currículo de Matemática. Em J. Brocardo, L. Serrazina, & I. (. Rocha, *O Sentido do Número : Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.

Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2007). A multiplicação no contexto do sentido do número. Em A. d. Matemática, *Desenvolvendo o sentido do número. Prespectivas e exigências curriculares* (pp. 9 - 17). Lisboa : Associação de Professores de Matemática.

Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J.-M. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática, nº 75*, 11-15.

Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido de números e organização de dados.* Lisboa: Ministério de Educação.

Cirillo, M. (2013). What are some strategies for facilitating productive classrom discussions? 1-6. Obtido em 13 de 10 de 2013, de http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Briefs/research%20brief%2020%20-%20strategies%20of%20discussion.pdf

Junta de Freguesia da Quinta do Conde (s.d.). Obtido em 12 de Janeiro de 2012, de http://www.jf-quintadoconde.pt/

Fernandes, E. (2000). Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: A apropriação de artefactos da Matemática escolar. Em A. d. Matemática, *Quadrante - Revista Teórica e de Investigação*

(Volume 9 nº 1 ed., pp. 49-86). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Fernandes, E., Ribeiro, C., Lopes, C., Belo, F., Rita, P., Vasconcelos, R., & Martins, S. (2007). Desenvolver Competências Matemáticas e Didácticas em Professores do 1.º CEB: O Projecto CEM. (pp. 1-10). Lisboa: Actas do IX Congresso da SPCE. Obtido em 20 de 10 de 2013, de http://cee.uma.pt/people/faculty/elsa.fernandes/artigos/IXSPCEElsaFernandesfinal.pdf

Ferreira, E. (2005). Um percurso na aprendizagem do conceito de divisão no 1º ciclo. Em GTI, *O professor o desenvolvimento curricular* (p. 392). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Fino, C. N. (2001). Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): Três implicações pedagógicas. Em *Revista Portuguesa de Educação* (pp. 273-291). Braga: CEEP- Universidade do Minho.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at WorK: Constructing Multiplication and Division.* Portsmouth, NH: Heinemam.

Gravemeijer, K. (2005). What makes mathematic so difficulte, and what can we do about it? Em M. L. (orgs.) Santos, A. P. Canavarro, & J. Brocardo, *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (84 ed., pp. 83-101). Lisboa: Associação Professores de Matemática.

Hartnett, J. E. (2007). Categorisation of Mental Computation Strategies to Support Teaching and to Encourage Classroom Dialogue. Em W. J, & B. (. K, *Mathematics: Essential Research, Essential Practice, Proceedings of the Thirtieth Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.* (pp. 345-352). Hobart: MERGA.

Heirdsfields, A. M., Cooper, T. J., Mulligan, J., & Irons, C. J. (1999). Children`s Mental Multiplication and Division Etrategies. Em Z. (. O, *Proceedings of the 23rd Psychology of Mathenatics Education Conference* (pp. 89-96). Haifa: Israel.

Inácio, C., Pires, I. V., & Semedo, L. (1992). *Matemática - Resolução de problemas e operações aritméticas.* Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Jesus, A. M. (2004). *As Actividades Matemáticas Natureza Investigativa: Nos primeiros Anos de Escolaridade - prespectivas e envolvimento dos alunos .* Lisboa: Escola Superior de Educação /Instituto Politécnico de Lisboa.

Jesus, A. M. (2005). Construir o conceito da divisão resolvendo problemas: Um estudo de caso. Em GIT, *O professor e os desenvolvimento curricular* (p. 392). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Loureiro, C. (1996). Às voltas com a divisão de números inteiros. *Educação e Matemática*, 34-37.

Loureiro, C. (2004). Em defesa da utilização da calculadora algoritmos com sentido numérico. *Educação e Matemática*, 22-29.

Ludke, M., & André, M. E. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas.* São Paulo: Pedagógica e Universitária LTDA. .

Matématica, E. d. (s.d.). Programa de Formação Contínua de Professores do 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico (PFCM-ESE/IPS). *Puzzles; Carterinhas de cromos & Jogo de consola*. (E. S. Setúbal, Ed.) Setúbal. Obtido em 20 de Novembro de 2012, de http://projectos.ese.ips.pt/pfcm/?page_id=2

National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM) (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2.ª Edição ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da Investigação - Acção.* Porto: Porto Editora.

Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics 12,3*, 2-8 & 44.

Mendes, F. (2013). A aprendizagem da divisão: um olhar sobre os procedimentos usados pelos alunos. *Da Investigação às Práticas 3(2)*, 5 - 30.

Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). *3.º Ano - Números e Operações.* Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Mendes, M. d. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa prespetiva de desenvolvimento do sentido do número: um estudo com alunos do 1.º Ciclo.* Lisboa : Universidade de Lisboa: Instituto de Educação.

Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação.

Moreira, D., & Oliveira, I. (2004). *Jogo e a Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative Research &Evaluation Methods.* California: Sage Publications, Lda.

Ponte, J. P. (2006). *Números e álgebra no currículo escolar.* (F. d. Lisboa, Ed.) Obtido em 26 de 11 de 2012, de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/06-Ponte(Caminha).pdf

Ponte, J. P., & Serrazina, M. d. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Quivy, R., & Campenhoudt, L. V. (2005). *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (4ª ed.). Lisboa: Gradiva.

Rocha, I., & Menino, H. (2008). A aprendizagem da divisão nos primeiros anos, perspectivas metodológicas e curriculares. Em J. Brocardo, Serrazina., & I. Rocha, *O sentido do número : reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 183-199). Lisboa: Escolar Editora.

Rocha, I., Rodrigues, M., & Menino, H. (2007). A divisão no contexto do sentido do número. Em A. d. Matemática, *Desenvolvendo o Sentido do Número: Prespectivas e Exigências Curriculares* (Vol. II, pp. 19-22). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Sanches, I. (2005). *Compreender, agir, mudar, incluir. Da investigação-acção è educação inclusiva*. (Revista Lusófona de Educação) Obtido em 1 de 12 de 2012, de http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/rle/n5/n5a07.pdf

Stein, M., Remillard, J. T., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. Em F. L. (ed), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. II, pp. 319-369). Charlotte: Information Age Publishing.

Thiollent, M. (1992). *Metodologia da pesquisa-ação.* São Paulo: Autores Associados.

Treffers, A., & Buys, K. (2008). Grade 2 (and 3) - Calculation up to 100. Em M. V. Heuvel-Panhuizen, *Children Learn Mathematics* (pp. 61-88). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Anexo I

Autorização

Exmo. Encarregado de educação do aluno (a)_______________________________________

Do 4º H, da turma da professora _______.

Sou aluna da Escola Superior de Educação de Setúbal, e encontro-me a estagiar na turma do 4º H do 1º Ciclo. Assim, proponho-me a realizar, nesta turma, a recolha de dados para o meu relatório de investigação, no âmbito da matemática, mais concretamente resolução de problemas. Deste modo, solicito a V. Exª autorização para recolher dados usando meios áudio e vídeo, sobre a forma como os alunos resolvem um conjunto de tarefas, contribuindo para um melhor conhecimento sobre a temática em estudo.

Declaro que as imagens e o som daí resultantes não serão divulgadas nem serão utilizadas para quaisquer outros fins, sendo sempre preservado o anonimato dos alunos.

Colocando-me ao dispor para quaisquer esclarecimentos, com os meus melhores cumprimentos.

5 de Novembro de 2012

A aluna estagiária

Raquel Capucho

→____

Declaro que autorizo o meu filho(a)

____

A participar na investigação desenvolvida da aluna Raquel Capucho no âmbito do seu relatório de investigação.

____

(O encarregado de educação)

____/____/_____ (data)

Anexos II

Tarefa 1 - Pilhas de caixas

---

1. Na mercearia da Piedade chegaram caixas de 24 maçãs cada, embaladas como mostra a imagem.

As 25 caixas que chegaram foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura.

Subtarefa 1- No total das caixas, quantas maçãs há?

Nome:………………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 1 - Pilhas de caixas

---

2. No supermercado do Bairro também há uma pilha de 25 caixas de maçãs. Estas caixas são maiores, cada uma tem 48 maçãs.

Subtarefa 2- Neste supermercado, quantas maçãs estão guardadas nas caixas?

Nome:……………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 1 - Pilhas de caixas

3. No supermercado Girassol há, no total, o mesmo número de maçãs que no supermercado do Bairro, mas em cada caixa embaladas apenas 24 maçãs.

Subtarefa 3 – No total, quantas caixas de 24 maçãs há no supermercado Girassol?

Nome:……………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 2 – Calcular em cadeia 1

50 x 10 =	10 x 60 =	12 x 50 =
25 x 20 =	20 x 30 =	24 x 50 =
25 x 4 =	40 x 15 =	50 x 24 =
25 x 24 =	40 x 30 =	25 x 48 =
50 x 12 =	20 x 60 =	50 x 48 =

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 3 – Colecionar cartas

1. O Francisco faz coleção de cartas *Yu- Gi- Oh!* e ao organizá-las encontrou 48 repetidas. Resolver distribuí-las igualmente pelos amigos Tiago, Guilherme, Enzo, Miguel, Hugo e David.

Subtarefa 1 – Com quantas cartas ficou cada um dos amigos?

Explica como pensaste.

Nome:………………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 3 – Colecionar cartas

2. O Duarte também coleciona cartas *Yu- Gi- Oh!* e também tem 96 cartas que vai colocar numa caderneta. Cada folha da caderneta tem espaço para guardar 8 cartas, como mostra a imagem.

Subtarefa 2 – Quantas folhas são necessárias para colocar todas as cartas?

Explica como pensaste.

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 4 – Máquinas de Bebidas

1. A Raquel viu uma senhora encher uma máquina de venda de garrafas de água e resolveu conversar com ela. Ficou a saber que a máquina leva 156 garrafas.

Subtarefa 1 - A Raquel sabe que, no supermercado, as embalagens trazem 6 garrafas de água. Então interrogou-se sobre quantas embalagens precisaria para encher a máquina. Queres ajudar a Raquel?

Nome:………………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 4 – Máquinas de Bebidas

2. A Raquel descobriu que há outra máquina de venda de sumos que também leva 156 garrafas. Nesta máquina há 6 tipos diferentes de sumo: maçã, pera, pêssego, uva, laranja e ananás, havendo a mesma quantidade de garrafas de cada um.

Subtarefa 2 – Quando está cheia, quantas garrafas de sumo de cada sabor leva a máquina?

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 5 – Calcular em cadeia 2

4 x 6 =	6 x 10 =	20 x 5 =
24 : 6 =	60 : 10 =	100 : 5 =
24 : 4 =	60 : 6 =	100 : 20 =
48 : 6 =	120 : 10 =	20 x 10 =
48 : 8 =	120 : 12 =	200 : 10 =
48 : 4 =	120 : 6 =	200 : 20 =
200 : 5 =		

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Sequência 3

Tarefa 6 – Outra Máquina de Bebidas

---

1. No Pavilhão da Ciência a Raquel encontrou uma máquina nova de venda de água que estava a ser cheia.

A máquina leva, no total, 132 garrafas.

A água é entregue no Pavilhão em caixas com 10 embalagens de 6 garrafas cada.

Subtarefa 1 – Quantas embalagens de 6 garrafas de água são necessárias para a encher?

Subtarefa 2 – Quantas caixas cheias são necessárias?

Nome:……………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 7 – Calcular em cadeia 3

20 : 2 = 20 : 4 = 10 : 2 = 10 : 4 = 10 : 8 =	100 : 10 = 100 : 20 = 200 : 20 = 200 : 40 = 400 : 20 =	140 : 14 = 28 : 14 = 168 : 14 = 154 : 14 =

Nome:……………………………………………………………. Data:…………

Sequência 3

Tarefa 8 – Resolução de problemas

Subtarefa 1 - O João tem 63 *tazos* repetidos e quer distribuir, igualmente pelos seus melhores amigos, a Maria, o Tiago e o Pedro.

Com quantos *tazos* ficou cada um dos amigos do João?

Subtarefa 2 - A Joana tem 165 cromos das *Winks*, e quer colar 5 em cada folha da sua caderneta. De quantas folhas precisa para dispor todos os cromos?

Subtarefa 3 - A professora Ana tem um maço de folhas brancas. Esse maço tem 525 folhas. Como as podemos distribuir, em partes iguais pelas 5 turmas da escola?

Subtarefa 4 - Na escola da Falésia os alunos estão a construir uns herbários de 15 páginas. O grupo da Filipa tem 90 folhas de árvores.

O grupo da Beatriz apanhou 285 folhas de árvores.

Como podem colar as folhas das árvores distribuindo-as igualmente no herbário?

Nome:………………………………………………………………. Data:…………

Tarefa 9 – Miniatura de animais

1. Para a visita ao Jardim Zoológico, organizada pelo ATL, os alunos foram divididos por grupos, tendo cada grupo um monitor responsável.

O grupo do Guilherme ficou com oito alunos e o do Francisco com sete alunos.

À porta do Jardim Zoológico cada monitor recebeu um saco com miniaturas de animais para distribuir pelos alunos do seu grupo.

O saco do grupo do Guilherme tinha 256 miniaturas e o do grupo do Francisco tinha 224.

No intervalo para o lanche cada monitor distribuiu, igualmente, as miniaturas do seu saco pelos alunos do respetivo grupo.

Subtarefa 1 – Achas que é justa esta partilha das miniaturas de animais?

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 10 – Carteirinhas de cromos

O Chico, ao organizar a coleção de cromos que anda a fazer, encontrou 12 (ou 24) repetidos.

Está a planear fazer carteirinhas para distribuir pelos amigos.
Ajuda o Chico:

Subtarefa 1- Se ele fizer carteirinhas com 4 (ou 6), quantas carteirinhas precisa fazer?

Subtarefa 2 - E se forem carteirinhas com 3 (ou 4)?

Nome:………………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 11 – Jogo de consola

Subtarefa 1 - O João vendeu os seus jogos de consola, em segunda mão, a 8 euros cada um.

Conseguiu realizar um total de 328 euros nessa venda.

Quantos jogos vendeu?

Nome:…………………………………………………………… Data:…………

Sequência 4

Tarefa 12 – Festa de anos

____ A Catarina faz anos na próxima semana. Está a pensar convidar alguns amigos e fazer uma pequena festa.

A mãe já foi às compras e comprou 56 balões. Está a pensar dar no final da festa, a cada um dos amigos da catarina 4 balões e não ficar com nenhum.

Subtarefa 1 - Quantos amigos está a mãe a pensar que a Catarina vai convidar?

Subtarefa 2 - Precisava de comprar 80 rebuçados para a festa. Os rebuçados estavam embalados em sacos de 8 rebuçados cada um. Quantos sacos comprou?

Subtarefa 3- A mãe da Catarina está a pensar colocar 6 mesas com doces, sandes, rissóis e distribuir de forma igual por elas os 80 rebuçados.

3.1 - Quantos rebuçados pode colocar em cada mesa?

3.2. – Será que sobram alguns para ela comer?

Nome:……………………………………………………………… Data:…………

Tarefa 13 - Puzzles

Subtarefa 1 - Uma coleção de puzzles contém 300 peças, com as quais é possível construir 12 puzzles. Por quantas peças é formado cada um?
Como pensaste?

Subtarefa 2 - Uma coleção de puzzles contém 300 peças. Se cada puzzle for formado por 12 peças, quantos puzzles tem a coleção?
Como pensaste?

Nome:……………………………………………………………… Data:…………